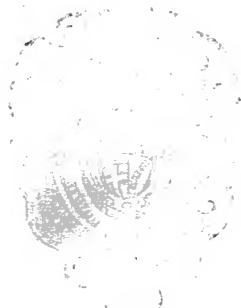
ALGEBRA APPLICATA.

Doue ſi moſtra la vtiliſsima applicatione d'eſſa alla inuentione delle coſe recondite nelle diuerſe Scienze, & Arti.

DI PIETROANTONIO CATALDI LETTORE DELLE SCIENZE Mathematiche nello Studio di Bologna.

ALL'ILLVSTRISS. SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M. DC. XXII.
Per Nicolò Tebaldini.

Con Licenza de' Superiori.

Illuſtriſs. Signori Padroni Colendiſs.

'ALGEBRA Dottrina mirabile delli numeri è tale, che mediante eſſa ingegnoſamente ſi riſoluono i Queſiti, che nelle più recondite parti delle ſcienze,& Arti poſſino occorrere,& perciò vtilmente ſi può applicare á qual ſi vogli Artificio. Dalla poca cognitione mò di queſta Dottrina è auuenuto che ſi teneua che fuſſe infruttuoſa & inutile, & di più molto difficile,& oſcura; Onde ſi veniua ad eſſer priuo del giocondo profitto che da lei ſi può conſeguire: Hora io deſideroſiſſimo di giouare all'vniuerſale quanto più poſſo,& ampliare le ſcienze di numeri,& linee à proficuo loro ornamento hò in queſta particolare Dottrina compoſte molte opere che la poſſono rendere facile,& chiara à ciaſcun nobile intelletto vago di cognitioni piene di marauiglioſe ſottilità, & ſono li Elementi delle Quantità irrationali, li Eleméti delle Quātità Algebratiche, l'Algebra proportionale, l'Algebra Triangolare, la Regola della Quantità, ò Coſa di Coſa, la Nuoua Algebra proportionale, Et l'Algebra diſcorſiua numerale,& lineale; Et ſe bene ſono andato applicandola,& moſtrádo il molto vigore di eſſa Algebra, nella mia Diffeſa d'Archimede, Trattato Geometrico,& altre opere, nondimeno in queſta ſi moſtra come ella in vniuerſale poſſa ſeruire,& applicarſi,& perciò le hò poſto nome d'Algebra Applicata, quale riuerentemente dedico, & preſento à queſto Illuſtriſſimo Senato,& in particolare á ciaſcuna delle SS. VV. Illuſtriſs. sì perche il debito,& intento mio è che quanto da me deriua le poſſa eſſere grato, sì ancora perche molto bene pare che ſi conuenga indrizzare Opera di Scienza belliſſima,& vtiliſſima ad ogni artificio à SS. Illuſtriſs. che & in vniuerſale, & in particolare ſempre penſano,& operano à commune beneficio, & hanno l'occhio à tutte le coſe che poſſino apportare profitto,& ornamento alla noſtra Patria, alla quale,& inſieme alle SS. VV. Illuſtriſs. prego da N. S. Dio continui accreſcimenti di vera,& ſalutare felicità.

Di VV. SS. Illuſtriſs.

Humiliſſimo,& deuotiſſimo ſeruitore

Pietroantonio Cataldi.

TAVOLA
Delle cose che si contengono in quest'opera dell'Algebra Applicata deriuandole da essa Algebra.

Il Fine della Tauola.

In DEI æterni Omnipotentis nomine.

ALGEBRA APPLICATA.

AVENDO con l'aiuto Diuino espedito il Trattato dell'Algebra numerale, & lineale mostrãdone la origine discorsiua, Hora accioche l'accorto Studente conosca che si può andar seruendo d'essa Dottrina in molte occasioni occorenti, & per risoluere diuerse domande, ò quesiti in diuerse sorte di Scienze, & Arti applicandola con giuditio ad esse, noi in questo Trattato che chiameremo perciò ALGEBRA APPLICATA formaremo alcuni esempij di quesiti diuersi, Et cominciando dalle cose Geometriche vedremo come mediante la sola cognitione Algebratica si possa cõ la notitia della base, & lati del Triangolo trouare la sua perpendicolare, ò altezza, Onde procedendo al solito con il naturale discorso guidati dal fauoreuole lume Diuino consideraremo, che in qual si voglii Triangolo, la somma del quadrato dell'altezza, o perpendicolare, con il quadrato del caso maggiore, (o parte maggiore della base, se ella sia diuisa in due parti cadendo la perpendicolare (che viene dalla cima del Triangolo) dentro ad esso Triangolo sù la base, come auuiene sempre, che gl'angoli alla base siano acuti) forma il quadrato del lato maggiore, Et similmente la somma del quadrato dell'istessa altezza con il quadrato del caso minore forma il quadrato del lato minore, perilche remosso da ciascuna manda, ò leuato il quadrato dell'altezza, si vede che la differanza de' quadrati de dui lati e sempre eguale alla differenzza de i quadrati de i dui casi, Et perciò quando i dui lati del Triangolo sono eguali fra loro, & consequentemente eguali i quadrati loro, ancora i quadrati de i dui casi sono eguali fra loro, & perciò eguali essi dui casi fra loro, & ciascuno d'essi casi è la mità della base.

Questo inteso, supposto il Triangolo a r n, i lati a r, & a n, del quale siano 15. & 13. & la base r n, 14. Per trouare i casi (acciò poi essi mediante si venga incognitione dell'altezza, & consequentemente della grandezza) conuerrà diuidere 14. base in due parti tali che la differenza de' quadrati d'esse sia 56. qual 56. e la differenza di 225. & 169. quadrati de i dui lati 15. & 13. Onde posto la parte r c, maggiore 1. cosa, & perciò la minore c n, 14. meno 1. cosa, cauato 196. meno 28 cose più 1. censo quadrato di questa, da 1. censo, quadrato di r c, il restante 28. cose meno 196. douera essere 56. & però sara eguale a 56. che accomodato il meno 196. si hauera 28. cose eguale a 252. perilche la cosa valera 9. onde r c, posta 1. cosa sara 9. & c n, posta 14. meno 1. cosa sara 14. meno 9. cioè 5. Et perche in questo operare si vede che il 28. numero delle cose e sempre il doppio del 14 base, Et che del 252. composto da 196. & 56. il 196. e il quadrato di 14. base, & il 56. e la differenza de' quadrati di 15. & 13. lati; quale 252. partito per 28. ne viene il 9. caso maggiore, Si conosce che di qui deriuando la Regola numerale a questi quesiti si potra dire. Al quadrato della base si giunga la differenza de' quadrati de i dui lati, & la somma si parta per il doppio della base che l'auenimento sara la parte maggiore della base, che si chiama caso maggiore.

Figura 1. Ma se auuertiremo che douendo partire 252. composto dal 56. & dal 196. quadrato di 14. base, per 28. doppio d'esso 14. noi potiamo partire per 28. il 56. da se, & ancora il 196. da se, & poi somare insieme i dui auenimenti che la somma loro sara l'auuenimento cercato.

Et che a partire il 196. per il doppio di 14. di che egli e quadrato, ne nasce sempre di necessita conuersamente la mita d'esso 14. cioe la mita della base, ci accorgeremo che più breuemente si può dire. Partasi la differenza de' quadrati de i dui lati per il doppio della base, & l'auenimento si giunga alla mita della base che la somma sara il caso maggiore, o parte maggiore della base. Et se ancora auuertiremo, che la differenza de' quadrati di due quantita si troua facilmente senza formare essi dui quadrati, poiche ella e il prodotto che nasce a moltiplicare la somma d'esse due quantità via la differenza delle medesme due quantita, (che essendo A, 7. & B, 19. la differenza de quadrati loro 49. & 361. quale e Q, 312. si troua moltiplicãdo S, 26 somma di detti A, 7. B, 19. via la differenza loro D, 12. Perche inteso B, 19. diuiso in A, 7. prima parte, & R, 12. seconda, la somma de' dui dutti di B, 19. in ciascuno delle sue due parti A 7. R, 12. (che sono 133. & 228. & fanno in somma 361.) e eguale al dutto di esso B, 19. nella somma delle sue due parti A, 7 R, 12 cioe al dutto di B, in se stesso, o vogliamo dire al quadrato di esso B. Ancora il dutto di B, 19. in A, 7. sua pri-

ma parte e quanto il dutto di A,7. iſteſſo nelle due parti dette A,7. & R,12. cioe e quanto il quadrato di A,& il dutto di A,7.in R,12.Di più il dutto di B,19.in R,12 ſua ſeconda parte, e quanto il dutto di R,iſteſſo nelle due parti dette A,7.& R,12.Onde coſi li quattro dutti particolari di A, in A,di A,in R,di R,in A, & di R, in R, (cioe il quadrato di A, il quadrato di R, & il dutto di A,in R,due volte) come ancora il ſolo quadrato di B, ſono eguali alli dui dutti di B,in A,& in R, ſue due parti, perilche ancora eſſi quattro dutti particolari ſono eguali, o importano tanto, quanto il ſolo quadrato di B. Queſto quadrato dunque di B, ſupera il ſolo dutto di A, in A, cioe il quadrato di A, nelli reſtanti tre dutti che ſono di A,7. in R, 12. di R,12.in A,7.& di R, 12. in R,12. Ma a dui di queſti dutti che ſono di R,12. in A,7.& di R, 12.in R,12.e eguale il ſolo dutto di R,12.nella ſomma di A,7.& di R,12.cioe nel B,19.cõpoſto da A, & R, Onde eſſi tre dutti vengono ad importare quanto queſti dui che ſono di A,7.in R,12.Et di R,12. in B,19. o vogliamo dire di R,in A, & in B. Ma alli dui dutti di R, in A,& di R,in B, è a punto eguale il ſolo dutto di R,12.nel cõpoſto,o ſomma S,26. di detti A,7.& B,19. Onde ancora queſto ſolo dutto di R,12.differenza di A.7.& B,19. nel compoſto,o ſomma S,26.di eſſi A,& B,ſarà eguale alli tre dutti particolari detti,che comprendono la differenza del quadrato di B,maggiore al quadrato di A,minore; cioe eſſa differenza de' quadrati di A, & B, e eguale, o importa quãto il dutto della ſomma d'eſſe A, & B, nella differenza loro.

A, 7. B, 19.
quadrati 49. 361.
differenza Q. 312.

A 7. B, 19.
differenza R, 12.

B, 19. B, 19.
via A, 7. & via R, 12.
è quanto

A, 7. R, 12. A, 7. R, 12.
via A, 7. A, 7. R, 12. R, 12.
Cioè
S, 26. B, 19.

A, 7. Et A, 7. A, 7. R, 12.
via A,7. via R, 12. R, 12. R,12.
Cioè

A, 7. Et S, 26.
via A, 7. via R, 12.
Il che tutto e quanto
B, 19. via B, 19.

Et perche hauendo diuiſo B,19.in A,7. & R,12. ſi e veduto che il quadrato d'eſſo B, e eguale à 4. dutti particolari,che ſono di A,in A,di A, in R,di R, in A, & di R, in R, cioe al quadrato di A, al quadrato di R,al dutto di A,in R,due volte, conoſciamo che quando vna quantità e diuiſa in due parti come ſi vogli,il quadrato d'eſſa quantità e ſempre eguale à i dui quadrati delle ſue due parti,& al doppio del dutto dell'vna parte nell'altra) Onde la differenza del quadrato di 15. al quadrato di 13.ſi troua moltiplicando 28.ſomma d'eſſi 15. & 13.via 2.differenza delli medeſimi 15.& 13.& fa 56.Noi per trouare i dui caſi,o parti della baſe potremo dire. Diuidaſi 14.baſe(ſomma de' caſi i quadrati de' quali deuono eſſere differenti in 56,dutto di 28.ſomma de' lati via 2.differenza loro)in due parti tali che la differenza loro moltiplicata via eſſo 14 facci 56 (poiche la differenza de' quadrati de' caſi ſi troua ſimilmente moltiplicando la ſomma d'eſſi caſi via la differenza de gl'iſteſſi caſi; Ma dicendo coſi,noi con il ſimplice giudicio potreſſimo trouare eſſe parti,perche ſe la differenza loro moltiplicata via 14. loro ſomma hà da produrre 56. conuerrà che eſſa differenza ſia 4.che deriua a partire il 56.per 14. Et eſſendo la differenza loro 4. cauato queſto 4. dal 14.sõma loro che reſta 10.la mità di queſto 10 cioe 5.ſarà la minor parte,& però 4.di più cioe 9.ſarà la maggiore,Onde può lo Studente conoſcere come il giudicio naturale ſpeculando,& paſſando di cognitione incognitione troui facili Regole nelle coſe, che altramente haueriano biſogno di difficili Dimoſtratione Geometriche,come a punto auueria nel trouare i caſi,o parti della baſe nelli Triangoli mediante la 13.propoſitione del ſecondo libro d'Euclide,quando cioe eſſi caſi ſono parti della baſe, cadendo la perpendicolare dentro al Triangolo sù la baſe; O mediante la 12 propoſitione,quando la perpendicolare cadeſſe di fuori, & non sù la baſe, che all'hora il caſo minore e tutto fuori della baſe, qual baſe viene ad eſſere parte del caſo maggiore, & però ſerue a moſtrare la differenza de' caſi; cioe all'hora la baſe e la differenza de' caſi, & non altramente la ſomma d'eſſi(Perilche poſto le parte maggiore eſſere 1.coſa,& la minore 14.meno 1. coſa cauatala da 1.coſa maggiore,reſta 2. coſe meno 14.qual reſtante, o differenza loro moltiplicato via il 14.fa 28.coſe meno 196.& deue eſſere 56.perilche haueremo 28.coſe meno 196.eguale a 56.cioe 28.coſe eguale a 252.come prima,onde la coſa valerà 9.che ſarà la parte, o caſo maggiore poſto 1.coſa,Et di qui eſtrahendo la Regola numerale potremo dire. Data la baſe del Triangolo,& ciaſcuno delli dui ſuoi lati, per trouare le due parti della baſe diuiſa dalla retta che partendoſi dalla cima del Triangolo,o angolo formato da i lati arriui perpendicolarmente alla baſe. Moltiplichiſi la ſomma de i dui lati via la differenza loro,& il prodotto ſi parta per il doppio della baſe(ouero,&

ro,& la mità del prodotto si parta per la base,) & l'auenimento si gionga alla mità della base, che la somma sarà la parte maggiore della base,o il caso maggiore. Onde essendo la base 18.& i lati 26.& 10.Moltiplicando 26. loro somma via 6. loro differenza, & del prodotto 156. presa la mità che e 78.la partiremo per 18.base che ne viene 4 $\frac{1}{3}$.(Ouero di 26.& 6.la somma,& differenza de lati moltiplicaremo l'vno per la mità dell'altro;cioè 26.via 3.o 13.via 6.& il prodotto 78. partiremo per 18.base che ne viene 4 $\frac{1}{3}$.)quale giongeremo a 9.mità della base,& fa 13 $\frac{1}{3}$. per il caso maggiore. & il resto della base 18.cioe 4 $\frac{2}{3}$. sarà il caso minore. Et notisi che quando il dutto della mità de' lati via la loro differenza(cioè la loro differenza de quadrati delli dui lati)e eguale al quadrato della base all'hora si vede il lato minore essere perpendicolare alla base,& perciò la base serue per caso maggiore,nè vi è caso minore,come per essempio occorre nel Triangolo a en, (rettangolo)che i lati sono 10.& 8.& la base 6.Il che ancora ci saria mostrato dalla Regola numerale,che partendo 36.(dutto di 18. somma de' lati via 2. differenza loro) per 12. doppio della base ne viene 3.qual 3.gionto a 3.mità della base fa 6. & questa somma 6. e il caso maggiore,quale occupa tutta la base, & perciò non vi è caso minore. Fig. 2.

Il medesimo si conosce con la Regola giudiciale di sopra notata, che douendosi diuidere 6 in due parti tali che il dutto della differenza loro in esso 6.produchi 36. differenza de quadrati delli dui lati; Essendo 6 la somma delle due parti,perche a partire con esso 6.il 36.da prodursi,ne deriua 6.conosciamo che 6.sarà la differenza delle medesime due parti,onde cauato 6. differenza da 6.somma resta niente la mità del qual niente restante è,o,& questo,o cioe niente è la parte minore,però il resto fino a 6.cioe il 6.totale,sarà la parte maggiore,Et però vediamo la parte,o caso maggiore occupare tutta la base, cioe non vi essere caso minore, Et consequentemente il lato minore essere l'altezza del Triangolo.

Et nel Triang. d n o,che hà 9.per base,& i lati sono 17.& 10.& e ottusangolo alla base, cioe hà vn'angolo ottuso n,formato dalla base, & lato(minore) d n,onde il caso maggiore e più lungo della base,& il caso minore non e parte della base, ma resta tutto fuori del Triangolo, & similmente resta fuori del Triangolo l'altezzo d'esso, Pur'anco la data Regola numerale seruirà a trouare i casi,se bene nessun d'essi e parte della base,che partito 189.(dutto di 27.somma de' lati 17.& 10.via 7.differenza loro) per 18. doppio della base ne viene 10 $\frac{1}{2}$. quale giunto a 4 $\frac{1}{2}$. mità della base fa 15. p il caso maggiore, Ma perche questo e maggiore della base 9 vediamo che il caso minore e tutto fuori della base,& e quel 6.nel quale la base 9.e superata da 15.caso maggiore. Fig. 3.

Et operando Algebraticamente. Se dicendo, Diuidasi 9. in due parti tali che la differenza de' loro quadrati,o il dutto della somma loro 9.via la loro differenza sia 189.differenza de' quadrati de' lati 10.& 17.Si pona come di sopra la parte maggiore essere vna cosa,& la minore 9 meno 1.cosa questa cauata da 1.cosa maggiore restarà 1.cosa meno 9.quale moltiplicato via 9.somma loro fa 18.cose meno 81.Et questo e eguale a 189.però haueremo 18.cose eguale a 270.onde la cosa valerà 15.Et questo 15.sarà la parte maggiore,quale cauata da 9. perche la minore fù posta 9.meno 1.cosa resta 9.meno 15.cioe meno 6.perilche la parte minore sarà meno 6.cioe alla base manca 6.per comprendere ancora o fare l'altra parte minore: Et se bene questa resolutione pare strauagante, pure si vede che dicendo vna parte maggiore essere 15. e la minore m̄, 6 la somma loro cioe 15.meno 6.fa 9.Et la differenza loro(cioe a cauare meno 6.da 15.resta 21.)e 21.che moltiplicato esso 21.via 9.fa 189. come bisogna. Ouero delle due parti del 9. essendo l'vna 15. & l'altra meno 6.i loro quadrati sono 225. & 36. (che meno 6.via meno 6. fa piu 36.)quali sono fra loro differenti in 189.come bisogna; Ma la strauaganza occorre, perche dicendo la somma loro essere 9.& la differenza 21.questo e cosa fuori d'vso,& che pare impossibile; cioe che la differenza di due quatità sia maggiore di quello che e il composto,o somma loro, il che se bene nelle vsate quantità reali non si concederia,nondimeno considerata la natura del più,& del meno(vsati, & necessarij nelle operationi delle quantità incomensurabili fra loro) e cosa che può stare, & che non induce inconueniente alcuno,Et se ne può ancora dare essempio nelle cose fattibili,considerando,che sedi dui Compagni negotiando vno habbi fatto credito,o guadagno di 15.cecchini Et l'altro debito,o perdita di 6 cecchini Queste due attioni fatte da ambidui gionte insieme fanno credito,o guadagno di 9.cecchini, Et la differenza di quello che ha fatto l'vno a quello che hà fatto l'altro e 21.cecchini(che se facendo,o guadagnando il primo 15. il secondo hauesse fatto,o guadagnato 6. la differenza di queste due attioni, o guadagni saria 9. Et se facendo il primo 15 il secondo hauesse fatto niente,cioe 6.manco di prima,la differenza hora di queste due attioni saria 15.cioe il 6 detto più del 9.differenza di prima, Onde se facendo il primo 15.il secondo fa 6. manco di niente(perche il perdere,o scapitare 6. e fare esso 6. manco di niente, che niente si fa quando non si guadagna,ne si perde)cioe si allontana ancora più dal 15.quanto e lontano il 6.dal niente la differenza d'esse due attioni sarà il composto di 15. & 6. cioe sarà 21.Et così vediamo il

procedere sagace del piu, & meno nelle quantità essere non repugnante, ma cõsonante a quello che può occorrere, inteso, & preso come conuiene. Ma perche il 189. differenza de quadrati de' lati deue essere prodotto da dui numeri delli quali l'vno e la somma de' casi, & l'altro e la differenza loro, noi non sapendo se la base riceuerà in se ambidui i casi, cadendo la perpendicolare dentro al Triangolo, e se riceuerà precise il caso maggiore cadendo la perpendicolare nell'estremo del'a base, & essendo perciò perpendicolare il lato minore; Ouero se la base sarà parte del caso maggiore, cadendo la perpendicolare fuori del Triangolo, & perciò essendo il caso minore tutto fuori della base) perciò schiuandosi il parlare che potria parere insolito nel cercare i casi, potremo dire. Di due quantità, (che sono la somma, & la differenza de' casi) quali moltiplicate fra loro producono 189. (differenza de quadrati da' lati) l'vna e 9. base (quale e sempre, o la somma, o la differenza de' casi) si domanda l'altra, Quale altra si vede che deue essere quello che nasce a partire il 189. per la base 9. cioe sarà 21. Onde 9. & 21. saranno la somma, & la differenza de i casi; Et perche la somma di due quantità (considerandole al modo ordinario) e maggiore che la differenza d'esse, perciò il 21 maggiore sarà la somma, & consequentemente il 9 sarà la differenza, che cauato da 21. resta 12. & perciò la sua mità 6. sarà il caso minore, & il resto fino a 21. cioe 15. sarà il caso maggiore, quale essendo maggiore di 9. base, si conosce egli passare fuori del Triangolo, & tanto quanto importa il 6. caso minore, & perciò la perpendicolare ancor'ella caderà fuori del Triangolo; Et così verremo a trouare i casi del Triangolo cada la perpendicolare, o altezza d'esso come si vogli.

Et se di sopra nella positione Algebratica hauessimo detto non r c, caso maggiore, o parte maggiore della base 14.) ma c n, minore essere 1. cosa all'hora r c, maggiore saria 14. meno 1. cosa & cauato il quadrato di 1. cosa dal quadrato di 14, meno 1. cosa; cioe 1. censo da 196. meno 28. cose piu 1. censo, che restaria 196. meno 28. cose, Ouero cauando 1. cosa minore da 14. meno 1. cosa maggiore, & il restante, o differenza 14. meno 2. cose moltiplicando via 14. somma d'essi casi che fa pure 196. meno 28. cose per differenza de' quadrati d'1. cosa. & di 14. meno 1. cosa, questo 196 meno 28. cose saria eguale a 56. che deue essere la differenza de quadrati de' casi, come e differenza de quadrati de' lati, perilche accomodato il meno. & leuato 56. da ciaiascuna parte si haueria 28. cose eguale a 140. Onde partito 140. per 28. numero delle cose, ne viene 5. per valore della cosa, che sarà il caso minore posto 1. cosa. Dal quale operare deriuando la Regola numerale se potrà dire. Il dutto della somma de' lati via la differenza loro si caui dal quadrato della base, & il restante si parte per il doppio della base (ouero, & la mità si parta per la base che l'aueniméto sarà il caso minore. Che in vn Triangolo essendo la base 8. & i dui lati 10. & 6. per trouare i casi mediante questa Regola. Cauaremo 64. dutto di 16. somma de' lati in 4. differenza loro, da 64. quadrato di 8. base, & resta niente, qual niente partiremo per 16. doppio della base, & ne viene niente, però niente sarà il caso minore, & il resto fino ad 8. base; cioe tutto l'8. sarà il caso maggiore, Et così si vede il lato minore 6. essere l'altezza del Triangolo. Ancora in vn Triangolo essendo la base 9. & i lati 17. & 10. per trouare i casi Cauaremo 189. dutto di 27. somma de i lati in 7. differenza loro da 81. quadrato della base, Et se bene ordinariamente si diria che non si può noi nondimeno seruendoci del termine meno, diremo che resta meno 108. (che e quanto a dire, che accioche la sottrattione si facci al modo ordinario vi manca 108.) quale meno 108. partiremo per 18. doppio di 9. base, (o partiremo meno 54. mità del meno 108. per solo 9. base,) & ne viene meno 6. & questo meno 6. sarà il caso minore, che e quanto a dire che alla base manca 6. per il caso minore, Onde egli sarà fuori del Triangolo, & però il caso maggiore sarà composto da questo 6. caso minore, & dal 9. base; cioè sarà 15. Et in questo Triangolo se senza seruirci della Regola numerale si operasse per Algebra ponendo il caso minore essere 1. cosa. & il maggiore 9. meno 1 cosa, che cauato 1. cosa da 9. meno 1. cosa resta 9. meno 2. cose per la differẽza loro, quale moltiplicata via 9. somma loro fa 81. meno 18. cose, & questo saria eguale a 189. differenza de quadrati de' lati 17. & 10. (o vogliamo dire dutto da 27. somma in 7. differenza de' lati,) onde accomodato il meno, & leuato 81. numero minore da ciascuna banda si haueria 18. cose piu 108. eguale a niente, quale Equatione saria impossibile, poiche il solo 108. non che insieme con le 18. cose e qualche cosa; cioe quantità reale, nondimeno perche siamo auuertiti che in questi casi il meno ci può seruire, leuaremo il numero 108. da ciascuna banda, & così haueremo le 18 ⱡ. eguale à meno 108. Onde la ⱡ. valerà meno 6. però il caso minore posto 1. ⱡ. sarà meno 6. & il maggiore posto 9. meno 1. ⱡ. sarà 9. manco meno 6. il che significa 15. (somma di 9. & 6) perche se 6. e maggiore di niente in 6. & niente; cioe, o e maggiore di meno 6. in 6. si conosce che 6 è maggiore di m̃, 6. in 12. perilche se da 9. a cauarne 6. resta 3. dal medesmo 9. à cauarne mò m̃, 6. cioe 12. di manco restarà questo 12. di piu del 3. che restaua; cioe restarà 15 O vogliamo dire, Essendo che da vna quantità quanto manco se ne caua resta tanto piu, Se di 9. à cauarne 6. A, resta 3 R, cioe se

Fig. 4.

Fig. 5.

9. meno

9 meno 6. significa 3. dal medesmo 9. a cauarne o, B, cioe a cauarne 6. manco di A, restarà il medesmo 6. di piu di quel o che restaua prima, ma prima restaua 3. R, però hora restarà 3. R. & 6. cioe in tutto 9. S, & però di 9 a cauarne o, cioe 9. meno o, significa 9. S, Similmente se di 9 a cauarne o, resta 9. S; a cauarne mò meno 6 che e 6 di manco di o, che se ne cauaua, conuiene che hora resti questo 6. di piu che non restaua, ma restaua 9. S, però hora restarà 9. S. & 6. di piu cioe restarà 15. Et cosi conosciamo che di 9. a cauarne meno 6. resta 15. cioe che 9. manco meno 6. significa 15. qual 15. si troua a sommare il 9. cō il 6. & la somma e piu; cioe e 15. Cioe (per concludere breuemente l'istesso) Da 9. a cauarne meno 6. resta 6. di piu che non restaria a cauarne niente, ma a cauarne niente restarà l'istesso 9. però a cauarne meno 6. restarà esso 6. piu di 9. cioe restarà la somma di 9. & 6. che e 15. Delche e bene che ne sia auuertito lo Studente, acciò possa piu facilmente considerare quello ch'importi, & come si possano vsare questi piu, & meno.

Et se d'vn Triangolo la base fusse 13. & i lati 40. & 51. pure posto il caso minore 1. cosa, & il maggiore il restante della base 13. cioe 13. meno 1. cosa la somma loro 13. molciplicata via la differenza loro 13. meno 2. cose fa 169. meno 26. cose, & questo saria eguale a 1001. dutto di 91 somma de' lati via 11. differenza loro, che accomodato il meno, & leuato il 169. da ciascuna parte si haurà 26. cose piu 832. eguale a niente perilche leuato i 832. da ciascuna banda acciò l'Equatione ci possa seruire, si hauerà 26. cose eguale a meno 832. & la cosa varrà meno 32. però meno 32. sarà il caso minore, & perciò egli sarà fuori della base (cioe oltre la base vi bisognarà 32. che importa il caso minore, per formare il caso maggiore,) Et il maggiore posto 13. meno 1. cosa sarà 13. manco meno 32. cioe 13. piu 32. che e 45. & cosi la base 13. verrà ad essere la differenza de' casi, Et il caso minore si comprenderà, o sarà parte del caso maggiore. Che se accorgendoci da principio in esso Triangolo di lati 51. & 40. & di base 13. che la perpendicolare cade di fuori, & però il caso minore essere fuori della base, postolo 1. cosa, Il caso maggiore poiche comprende esso caso minore 1. cosa, & la base 13. di piu sarà 1. cosa piu 13. o 13. piu 1. cosa la somma loro saria 2. cose piu 13. che molciplicata via 13. loro differenza (che e la base) fa 26. cose piu 169. & questo saria eguale a 1001. dutto di 91. somma de' lati via 11. differenza loro. Onde leuato 169. da ciascuna parte si haueria a 26. cose eguale a 832. & la cosa valeria 32. però il caso minore posto 1. cosa saria 32. che e fuori della base, & il maggiore saria 32. piu 13. cioe 45. Et cosi non ci occorreria altra consideratione di m, essendo la nostra suppositione conforme a quello che auuiene in esso Triang.

Fig. 6.

Et se essendo pure i lati del Triangolo 51. & 40. la base fusse 77. Similmente per trouare il caso minore si cauaria 1001. dutto della somma de' lati via la differenza loro dal quadrato della base 77. che e 5929 & il restante 4928. si partiria per il doppio della base, che l'auenimento 32. saria il caso minore. Ouero esso 4928. si partiria per la base 77. che ne viene 64. la mità del quale, cioe 32. sarà il caso minore, & però 45 sarà il maggiore, & ciascuno d'essi sarà parte della base, & la perpendicolare caderà dentro al Triangolo.

Fig 7.

Et se nella positione Algebratica nel cercare i casi si ponerà il maggiore essere la mità della base più 1. cosa, Et però il minore la mità della base meno 1. cosa (ilche potrà seruire quando la base comprenda ambidui i casi, essendo ciascun d'essi parte della base, o quando il maggiore occupa tutta la base precise non vi essendo caso minore, che cosi non si occupa da essi più della base.) Che quando vi fusse caso minore, & che egli fusse fuori della base, all'hora perche la basa verria ad essere nō la somma ma la differenza de' casi, si diria il caso maggiore essere 1. cosa piu la mità della base, Et il caso minore 1. cosa meno la mità della base; che cosi la somma loro saria 2. cose, Et la differenza loro saria la base,) Che perciò nel Triangolo de' lati 15. & 13. & di base 14. il caso maggiore si ponerà 7. piu 1. cosa, & il minore 7. meno 1. cosa, che cauato 49 meno 14. cose piu 1. censo quadrato del caso minore da 49 piu 28. cose piu 1. censo quadrato del caso maggiore resta 28. cose, per differenza loro; Ouero che la differenza de' casi sarà 2. cose, quale molciplicata via 14. base fa 28. cose. Questo 28. cose sarà eguale a 56. differenza de quadrati de' lati; Onde partito esso 56. per il 28. numero delle cose (qual 28. si conosce essere sempre il doppio della base) ne viene 2. per il valore della cosa, perilche il caso maggiore sarà 7 piu 2. Et il caso minore 7. meno 2. cioe saranno 9 & 5. Et da tale operatione si deriuaria questa Regola numerale.

Il dutto della somma de' lati via la differenza loro si parta per il doppio della base (o vogliamo dire che risulta l'istesso,) Il dutto della mità della somma de' lati via la loro differenza, o il dutto della somma de' lati, via la mità della loro differenza si parta per la base & l'auenimento si giunga & caui alla mità della base che i dui resultanti saranno il caso maggiore, & il caso minore. Nel Triangolo dunque di lati 10. & 8 & base 6. la somma de' lati e 18. la mità di 2. loro differenza e 1. che molciplicata via 18. fa l'istesso 18. quale partito per 6 base ne viene 3. questo 3 giunto, & cauato a 3. mità della base resultano 6. & o, però 6. sarà il caso maggiore, & o, il minore.

Et nel Triang. di lati 10. & 7. & base 9. la somma de' lati e 17. la mità di 7. differenza loro e $3\frac{1}{2}$.

che moltiplicato con 27. fa $94\frac{1}{2}$, qual e partito per 9. base ne viene $10\frac{1}{2}$. Questo giunto, & cauato a $4\frac{1}{2}$. mità della base ne resulta 15. Et meno 6 però il caso maggiore sarà 15. Et il minore sarà meno 6. cioe alla base mancaria 6. per riceuerlo, o vogliamo dire sarà fuori della base, & sarà 6. Ma perche saputo il caso maggiore si sà ancora subito mediante esso il minore, o sia egli parte della base, o niente, o fuori della base, Et in questo modo di ponere il caso maggiore essere la mità della base piu 1. ✝. Ouero 1. cosa piu la mità della base, che in somma e la medesma quantità, & serue sempre a trouare il caso maggiore sia il Triangolo come si vogli, basterà che la Regola dica.

Data la base, & i lati del Triangolo per trouare il caso maggiore, moltiplichisi la somma de' lati via la mità della loro differenza, & il prodotto si parta per la base, & l'auenimento si giunga alla mità della base, che la somma sarà il caso maggiore. Et cosi lo Studente si può accorgere che, o mediante il discorso naturale, o mediante le Regole che si estrahono dell'Algebra si possono trouare i casi nelli Triangoli. Et perciò ci liberiamo dalla fatica d'intendere la propositione 12. & 13. del secondo libro de gl'Elementi d'Euclide, & ancora poi dalla fatica di cercare come da esse due propositioni si possono dedurre le Regole da trouare i casi; Et conosciamo che l'Algebra e Dottrina per se stessa, che non hà bisogno di propositioni, o Dimostrationi Geometriche per sostentarsi.

Saputo il caso maggiore moltiplicando poi la somma che nasce a giongerlo con il lato maggiore, via la differēza d'essi dui caso maggiore, & lato maggiore, il prodotto sarà il quadrato della perpendicolare, (cioe la differenza del quadrato del caso maggiore, al quadrato del lato maggiore, (Onde la perpendicolare sarà la radice d'esso prodotto, ouero saputo il caso minore, moltiplicando la somma d'esso, & lato minore via la differenza d'essi caso minore, & lato minore, il prodotto sarà il quadrato della perpendicolare (cioe la differenza del quadrato del caso minore, al quadrato del lato minore) onde la perpendicolare sarà la radice d'esso prodotto, qual perpendicolare, o altezza del Triangolo moltiplicata via la mità della base, o la mità della perpendicolare via la base, il prodotto sarà la grandezza del Triangolo.

Ancora con la notitia de i dui lati, & base, cioe con la notitia di ciascuna delle tre linee rette, che terminano il Triangolo, si può trouare la grandezza d'esso Triangolo senza cercare la perpendicolare seruendoci pure della cognitione Algebratica delche essendosene data la Regola numerale estratta dalla Algebratica nella mia aggiunta alla nuoua dimostratione della settima propositione del primo libro de gl'Elementi d'Euclide ad essa rimetto il Lettore; Onde qui seguirò a mostrare come da essa Regola si possa in pratica misurando i terreni cauare molta comodità però stia lo Studente attento a quanto segue.

Auertimento nel misurare le Terre con lo Squadro.

NEl formare i gran quadrangoli nel terreno da misurare basta che vno delli suoi quattro angoli sia retto, fatto con diligenza, gl'altri tre non importa che angoli siano. Et perciò essendo poniamo l'angolo e n o, nella figura del margine retto, potiamo poi con le due rette o r, x e, accostarei piu, & manco a i confini, o termini del Terreno da misurare a beneblacito, o come si venga comodo, poiche mediāte la notitia delle due rette e n, n o, che formano l'angolo retto n, si puo trouare la longhezza della retta tranuersale o e, & all'hora considerato il Triangolo e o r, che hauerà i tre lati noti, essi mediante si trouarà la sua grandezza, quale giunta alla grandezza del Triangolo rettangolo e n o, (che e la mità del dutto di e n, via n o,) la somma sarà la grandezza del quadrilatero e n o r, alla quale giunte le grandezze delli Triangoli rettangoli, & capitagliati che sono nel terreno, oltre il gran quadrangolo, la somma totale sarà la grandezza della figura, o terreno misurato.

Qui si intende posta la Figura segnata 1. che è con l'altre nel libro particolare delle figure.

Et se nel quadrilatero non fusse alcuno angolo retto, o per non hauer Squadro, o stromento da farlo sicuramente, o per altro rispetto, ne meno si potesse misurare alcuna delle due diagonali, o diametri del quadrilatero, o per non si potere comodamente andare per linea retta da vn'angolo al suo angolo opposito, o per altro rispetto, noi nondimeno cercaremo di trouare la lunghezza d'vna d'esse diagonali, & sia nel quadrilatero a r g n, con artificio, & lo potremo fare nel modo seguente.

Fig. 2. Misurato ciascuno del'i 4. lati del quadrilatero (il che in campagna si vien facendo mentre si vengono dando come si dice le botte formando i capitagliati, & Triangoli rettangoli fuori del quadrilatero, quali arriuano alli confini della figura, o terreno proposto) da vn'angolo d'esso,

d'esso,& sia a,si tiri vna retta che arriui ad'vno de i dui lati oppostoli r g, ouero n g,come si vogli, hor sia la a c, quale si misuri diligentemente, come ancora la c n, parte della n g,acciò ancora si sappia l'altra parte c g, che e il restante della totale n g,Hora imaginato dal medesimo angolo a, andare all'opposito g,la diagonale a g, & considerati i dui Triangoli a n c, & a c g,le due base de i quali siano intese essere le due rette n c,& c g,che sono in vna istessa retta, o dirittura n g,perche essi dui Triangoli arriuano ad vno istesso punto, o cima a,verranno ad hauere vna medesma altezza, (quale loro comune altezza saria la retta che dalla cima, o punto a, arriuasse perpendicolarmente alla n g,allungata verso doue,& quanto occorresse)sopra alla quale essi dui Triangoli hanno le basi loro.onde mediante i lati c a,a n,del Triangolo c a n,& sua base c n,trouata essa altezza & il punto s,doue ella cade sù la base n c,ouero oltre alla c n,verso n, nell'allungamento della c n, quando l'angolo a n c,fusse ottuso,o fuori della n c,verso g. quando l'angolo a c n, fusse ottuso, sapremo quanto sia dal punto s,al g,cioe quanto sia la retta s g. quale con l'altezza detta a s.nota forma l'angolo retto a s g.perilche mediante esse due rette a s, s g,si trouarà la a,loro subtésa a g, che e diagonale, o diametro nel quadrilatero c n g r, Onde hauendolo diuiso ne i dui Triangoli a n g,& a g r.ciascuno de i quali hà i suoi tre lati noti, essi mediante trouaremo le loro grandezze, & perciò si saprà la grandezza del quadrilatero somma loro.

Et se non ci fusse comodo d'arriuare al lato n g,partendoci dall'angolo a, o per la molta lontananza, o per altro rispetto, noi ci partiremo da quale altro punto si vogli del lato a n, poniamo Fig.3. dall'm,& tirata la retta m c,la misuraremo cō diligēza,come ancora la mn,& la n c,per saper poi la m a, residuo della n a,& la c g, residuo della n g, poi dal punto c, imaginata la retta c a, peruenente all'angolo a, trouaremo con artificio la sua lunghezza seruendoci del modo sopradetto;cioe cōsiderati i 2.Triang, a m c,& mnc,& intesa la a m,essere base dell'1.& la m n,base dell'altro,che sono in vna istessa dirittura,o linea retta,& arriuano ad vno istesso pūto,o cima, o sommità c,& però hanno vna medesma altezza,quale sarà la retta che dall'angolo, o cima commune c, arriui perpendicolarmente alla retta a n,(allungata se occorra.)& sia la c s,mediante la quale c s, & la s a,che fa angolo retto con essa dal supposito,o costruttione,trouaremo la subtensa a c,ad esso angolo retto.Et poi seguendo come di sopra trouaremo ancora la lunghezza della a g,vno delli diametri del quadrilatero.

Potressimo ancora formato il Triangoletto m n c,& misurati diligentemente i suoi tre lati(lasFig.4. sando la a c,)imaginarsi non dal punto c, all'angolo a,ma dal punto m,all'angolo g,tirata la retta m g, Et considerare i dui Triangoli a c m,& c g m,pigliando la n c, per base dell'vno, & la c g,per base dell'altro,che sono in vna istessa dirittura,o linea retta,quali dui Triangoli peruengono con la loro sommità (opposta alla base)ad'vn medesmo punto m, pilche vēgono ad hauere vna medesma altezza, onde trouata essa altezza mediante la notitia delli tre lati m c, c n, n m, del Triangolo c m n,& sia la m s,giunto il suo quadrato con il quadrato della s g, alla quale detta m s, e perpendicolare la somma sarà il quadrato della m g.però la radice quadra d'essa somma ci mostrarà la lunghezza d'essa m g. Et all'hora imaginato dal punto g,a l'angolo a,tirata la diagonale,o diametro del quadrilatero, & considerati li dui Triangoli g m n, & g a m, che hanno le basi n m,& m a,ad vna medesma dirittura, o in vna istessa retta a n, & le cime in vn'istesso punto g, & però hanno vna istessa altezza,& sia la g s,trouaremo essa altezza nel Triangolo g m n, mediante i suoi tre lati noti (ouero perche sappiamo l'altezza m s, moltiplicando a via la mità della base g n,nel Triangolo totale g m n, il prodotto sarà grandezza d'esso Triangolo g m n, & questa sua grandezza partēdola poi per il doppio del suo lato m n, consideratolo hora per sua base, l'auenimento sarà la lūghezza della g s, perpēdicolare a detta m n,o sua dirittura presa per base,)& poi giunto pure il quadrato d'essa g s,con il quadrato della s a,(che fa angolo retto con essa nel Triangolo rettangolo g s a,la radice quadra della somma sarà la subtensa a g,che e la diagonale cercata,o diametro del quadrilatero.

Se bene il modo sopradetto e per se stesso chiaro, nondimeno per maggior comodità,sicurezza,& intelligenza delli principianti alli quali in particolare si cerca sodisfare,non ostante la molta fatica,& lunghezza dello scriuere, si sono posti qui sotto i calcoli occorrenti nella figura presa per esempio,Vi si faccino dunque pratici,& acquistino salda intelligenza del tutto, perche nel bene intendere i principii, & origine, o fondamento del Dottrina consiste l'attitudine alla speculatione, & augumento d'essa.

Fig.5. Nel Triangolo c m n, per trouarne la grandezza volendo adoprare il modo mostrato nel principio di questo Trattato,potremo trouare il caso maggiore m o,della base m n,segata dalla perpendicolare c o,moltiplicando la somma de'dui lati 169. 150. via la differēza loro,cioe 319. via 19 che fa 6061.& questo partiremo per il doppio della base; cioe per 418.che ne viene 14 $\frac{1}{2}$. quale si giunga alla mità della base;cioè a 104 $\frac{1}{2}$.& fa 119.& questo e il caso maggiore,Hora per trouare

trouare la perpendicolare c o, cauaremo il quadrato del caso maggiore dal quadr. del lato maggiore c m, cioe giongeremo c m, 169 con m o, 119. & la somma 288. moltiplicaremo via la differenza d'essi 169. 119. che e 50. & fa 14400. il che e la differenza de' quadrati del caso maggiore, & lato maggiore, & però e il quadrato della perpendicolare, onde essa perpendicolare sarà la radice di 14400. cioe sarà 120. la mità della quale; cioe 60. si moltiplicarà via la base 209. & fa 12540. il che e la grandezza del Triangolo c m n.

c m, 169.
c n, 150.

somma 319.
via 19. differenza

418 | 6061.

14 3/4 0/1 3/8.
104 1/2.

m o, 119.
m c, 169.

somma 288.
via 50. differenza

fa 14400.
e 6. 1 2 0
la mità 60.
via 209. base

12540. grandezza.

Ouero
c m, 169.
via c n, 150.

25350.
con 180 1/2.

fa 25530 1/2.
si caua 21840 1/2.

resta 3690
25350. dutto de' lati

somma 29040
restante 21660

differenza loro 19.
suo quadrato 361
la mità 180 1/2.
base 209
suo quadrato 43681.
la mità 21840 1/2.

14520
10830

157251600
. . . . .

grandezza. 1 2 5 4 0

11

100

Altro modo antico
lati 169 differẽza de i lati alla mità del giro.
150
209

giro. 528 95. 114. 55
la mità 264
via 55 10830

14520
10830

157251600
. . . . .

1 2 5 4 0
e la grandezza del Triangolo.

Ma se vorremo adoprare la Regola data nella mia aggiunta alla nuoua dimostratione della settima propositione del primo libro d'Euclide; Presi pure per lati c m, 169. & c n, 150. Et per base m o, 209. Moltiplicaremo i dui lati 169. & 150. insieme, & producono 25350. al quale giõgeremo 180 1/2. mità di 361. quadr. di 19. differenza d'essi dui lati, & fa 25530 1/2. dalche cauaremo 21840 1/2. mità del quadrato di 209. base, & resta 3690. questo giongeremo, & cauaremo a 25350. sopradetto dutto de' dui lati, che ne resultano 29040. & 21660. le mità de i quali; cioe 14520. & 108.30. si moltiplicano insieme, & del pdotto 157251600. si piglia la radice quadra, che e 12540. & questo e la grandezza del Triangolo. Noti lo Studente che se bene nel dare questa Regola si disse (Auuertendo di fare base la linea mezana, o la minore, quando la mità del quadrato della maggiore non si potesse cauare da detta somma;) cioe dalla somma del dutto de' dui lati con la mità del quadrato della differenza d'essi lati, nondimeno noti dico che nõ ostante detto auuertimento si può ancora in tali casi far base ancora il lato maggiore, ma all'hora conuerrà poi valersi del termine meno, come si vede fatto nelli dui esempij posti qui sotto per maggiore comodità de gli Studẽti.

Fig.6.
lati 133. & 171 — differenza de lati 38. la mità e 19.

22743. prodotto — il suo quad. e 361.
con 722. mità — il doppio e 722.
del quadrato della differenza de' lati.

fa 23465.
si caua 45000. mità del quadrato della base

resta m, 21535. che si giunge, & caua a 22743. prodotto de i lati

somma 1238.
restante 44278.
le loro mità sono. 22139. & 604.

prodotto. 13371956.

la radice e quasi 3 6 5 6 1405/1828.

che e la grãdezza del Triangolo. 41 494

5612

Fig.7. 15. via 17 fa 251. giontoli 2. mità di 4. quadrato della differenza de' lati fa 257. dal quale si caua 450. mità di 900. quadrato della base, & resta meno 193. Questo si giunge, & caua a 255. prodotto de' lati

che

che a giongerlo fa 62.(perche se a giongere al 255.poniamo 5.fa 5.di piu;cioe fa 260.a giongerli solo niente che e 5.manco di quello,che se gli giongeua farà ancora esso 5.manco di quello,che faceua,ma faceua 260.però farà solo 255.istesso, ma a giongerli meno 193.che e 193.manco di niente,farà ancora 193.manco di quello che faceua,ma faceua 255.però farà solo 62.) Et a cauar lo resta 448.(perche se da 255.a cauarne poniamo 5.resta esso 5.di manco;cioe resta,o ne resulta 250 a cauarne mò solo o,che e 5.manco di quello,che se ne cauaua restarà hora 5 di piu di quello che restaua,ma restaua 250.però restarà hora 255.cioe l'istesso 255.Ma a cauarne meno 193.che è 193.manco di niente restarà ancora 193.piu di quello che restaua,ma restaua 255.però hora restarà 193.di piu di 255.cioe restarà 448.che è 193. di piu di 255. cioe che è il composto di 255.& 193.)Hora le mità di questi dui 62.& 448 cioe 31.& 224.si moltiplicano insieme, & del prodotto 6944.si piglia la radice che è quasi 83 $\frac{}{1}\frac{5}{6}\frac{5}{6}$.& questo è la grandezza del Triangolo.

30.via 15.fa 450
Fig.8. con 112 $\frac{1}{2}$.mità
del quadrato della differenza de' lati

fa 562 $\frac{1}{2}$.
si caua. 144 $\frac{1}{2}$.mità
del quadrato della base

resta 418. che si
giunge,& caua a 450. dutto de' lati

somma. 868. restante 32.
le mità sono. 434. Et 16.
il prodotto loro è,6944. che è il quad.
della grandezza;però ella è quasi 8 3 $\frac{}{1}\frac{5}{6}\frac{5}{6}$.

17.via 30.fa 510.con 84 $\frac{1}{2}$.mità di 169
Fig.9. quadr. di 13.differenza de' lati fa 594. $\frac{1}{2}$.si caua 112 $\frac{1}{2}$.mità del quadra. della base, & resta 482 che si giunge, & caua a 510. dutto de i dui lati,& ne resultano 992.& 28. Di questi le mità 496. & 14. si moltiplicano insieme,& del prodotto 6944.si piglia la radice, & e quasi 83 $\frac{1}{2}$. & questo e la grandezza del Triangolo.

Sia ancora il Triangolo seguente.

39. differenza 18.suo quadr. 324.
Fig.10. via 21. la mità e 162.
819.
162.

somma 981.
si caua 392. mità del quadrato della base.

resta 589. che si giunge,& caua
a 819. dutto de i dui lati.

la somma è 1408 G,Et il restāte è 230.R,le loro mità sono 704.M,Et 115 T,& il prodotto di q̄ste è 80960.la ℞.del quale cioe quasi 284.$\frac{3}{7}\frac{8}{1}$
2 8 4 è la grandezza del Triangolo.

25.

304.

Hora se in questo operare considerarèmo che ad'819. giongendo 162. (mità del quadrato di 18.differenza de lati,)& dalla somma 981. cauando 392. (mità del quadrato della base 28) che resta 589 resulta tanto,quanto a cauare 162.da 392.che resta 230. & questo cauarlo poi dall'819 che resta pure 589.Quale 589.poi si caua dall'istesso 819 (dutto de lati,& resta pure 230. douendo;cioe cauare 230.da 819.& il restante 589.cauarlo di nuouo dal medesmo 819. conuerrà che resti l'istesso 230.che se 230.e differente da 819. in 589. ancora 589. sarà differente dal medesmo 819.nel 230.detto,Si verrà a conoscere che questo 230.R,si trouaria facilmente cauādo 162.mità del quadrato della differenza de lati da 392.mità del quadrato della base,(& questa sottrattione si può sempre fare perche la differenza de lati è sempre minore della base, accioche la somma della base con il lato minore sia maggiore del lato maggiore, cioe accioche due delle tre linee del Triāgolo quali si voglino siano piu lunghe della terza,)& perche d'esso 230. R,si piglia poi la mità che è 115.T,conosciamo che se in vece di cauare 162.da 392.(che resta il 230,) noi cauaremo la sola mità di 162.cioe 81.che è il quadrato della mità della differenza de lati,dalla sola mità di 392.cioe da 196. che è il quadr. della mità della base, il restante douerà essere il 115.T, Ancora perche la somma 1408. G, è composta da 819. dutto de dui lati,& 589. che è minore d'esso dutto 819.nel 230.R,(come pure hora si è cōcluso)vediamo che se a 819.si giungesse non 589.ma vn'altro 819.che supera il 589. in 230.vediamo dico che ancora la somma di 819. & 819. cioe il doppio di 819.che è 1638.superaria la somma di 819.& 589.cioe il 1408.nel 230. in che 819.che si è giunto al dutto de lati supera il 589.che se li doueua giōgere,onde si conosce che cauādo 230. (che resta a cauare il doppio del quadrato della mità della differenza de lati dal doppio del quadrato della mità della base)dal doppio di 819.dutto de lati,il restāte sara il 1408.chiamato sōma G, Et pche di questo 1408.si piglia poi la mità che è 704.M,si vede,che se cauaremo la sola mità di 230.cioe il solo 115.T,(che si può trouare facilmente,o breuemente, come si è detto) da vn so-

lo 819.dutto de lati,il restante douerà essere il 704. M, quale 704. poi moltiplicato con 115.T, produce l'80960.quadrato della grandezza del Triangolo, Di qui dunque abbreuiando la Regola già data potremo dedurne quest'altra dicendo.

Dati i tre lati del Triangolo per trouarne la grandezza, Dal quadrato della mità d'vno d'essi lati si caui il quadrato della mità della differenza de gl'altri dui lati, & il restante T, si caui dal dutto delli dui lati detti, & il restante M, si moltiplichi con il T, che la radice del prodotto sarà la grandezza del Triangolo.

Per essempio del Triangolo che ha per i dui lati 17.& 15.& per l'altro lato,o base 30: Dal quadrato di 15.mità della base si caui il quadrato d'1. mità della differenza delli altri dui lati 17. & 15.cioe si caui 1.da 225.& resta 224 T, quale si caui da 255. dutto delli dui lati dati, & resta 31. M,quale si moltiplichi con 224.T, & del prodotto 6944. si pigli la radice quadra quale è quasi 83 $\frac{1}{3}$.& ella sarà la grandezza del Triangolo. Et operando mediante questa Regola non occorrerà mai adoprare,o valersi del meno,perche la differenza de'dui lati del Triangolo è sempre minore dell'altro lato, o base,onde il quadrato della mità della differenza de' dui lati, sarà sempre minore,& si potrà cauare al modo ordinario dal quadrato della mità dell'altro lato,o base.

Et ripigliato il Triangolo di base 28.& lati 21.& 39.nel quale adoprando quest'vltima Regola per trouarne la grandezza si cauarà 81. (quadrato di 9. mità di 18. differenza de' lati 21. & 39.) da 196.(quadrato di 14.mità della base 28.)& il restante 115.T,si cauarà da 819.dutto de' lati 21 & 39 & il restante 704.V,si moltiplicarà con il T,115.che del prodotto 80960.la radice quadra è la grandezza del Triangolo. Considerando che il 115.T, è la differenza delli quadrati di 9.A, & 14.B,delli quali il 9.A,è la mità della differenza de dui lati,& il 14.B, è la mità dell'altro lato,o base. Et sapendo che la differenza de' quadrati di due quantità si troua ancora a moltiplicare la somma loro via la differenza loro,vedremo che giongendo 9.A,mità della differenza de dui lati con 14.B,mità della base,che è l'altro lato,& la somma 23.C, moltiplicando per la differenza di 9.a 14. che è 5.D, il prodotto sarà l'istesso 115.T, che nasceria a cauare il quadrato di 9.A,dal quadrato di 14.B. Et perche di questi dui 23.C,& 5.D,producenti il 115.T, il 23.C,è la somma di 9.A,con 14.B,mità della base,Et il 5.è la differēza di 9.A,al 14.B,cioe,& il 5.D,è quello,che manca al 9.A,per arriuare a 14.B,mità della base,vediamo, che il 23.C,con il 5.D,deuono fare quanto 14.B,& 14.B,cioe il 23.C,& il 5.D,(de quali l'vno 23.C,supera la mità della base in qual 9.A,nel quale l'altro 5.D,è conuersamente superato dalla mità istessa della base,) gionti insieme deuono componere la base 28. Ancora perche delli 14.B, & 9.A, che compongano il 23.C, il 14.B,è la mità della base,& il 9.A,e la mità di 18.differenza de i dui lati 21. minore,& 39.maggiore,si vede che se al 21.lato minore si giunge il 9.A, mità de 18. in che egli e differente da 39. lato maggiore,il composto 30.sarà la mità della somma delli lati 21.& 39.cioe la mità di 60.(perche il 30.composto detto e minore del 39. in quell'istesso 9.A, in che esso 30.e maggiore del 21. Onde 30.& 30.deue fare quanto 21,& 39.)& se a questo composto 30. (conosciuto essere la mità della somma di dui lati)si giungesse il 14,mità della base,conosciamo, che il resultante 44.M,saria la mità del giro del Triangolo,cioe di 88.Et perche il maggior lato 39. e composto da 30 mità della somma de dui lati 21,& 39 & da 9.A,mità della differenza loro,cioe perche il 39.e maggiore della mità della somma de dui lati nel 9.A,& il 30.e minore di 44.M,mità del giro del Triāgolo nel 14.B,mità della base che resta a componere la mità del giro,vediamo che il 39.e minore del 44.M,in quell'istesso in che il 9.A,è minore del 14.B,cioe è minore in 5.D,il D, dunque è sempre la differēza che è dal lato maggiore delli dui alla mità del giro;cioe a cauare il lato maggiore dall'M,mità del giro del Triangolo restarà sempre D, Ancora perche 23.C,è maggiore di 5.D in due volte 9.cioe in due volte la mità della differenza che è dal 21. lato minore a 39. lato maggiore(poiche 23.C,è maggiore di 14.mità della base in 9.mità della differenza de dui lati,Et 14.mità della base è maggiore di 5 D,nel medesmo 9.onde dal 23.al 5.vi è differēza di 9.& 9.che fa il doppio di 9.)vediamo che la differenza de dui lati; cioe 18.gionta a 5.D,forma 23. C, ma il lato minore gionto con 18.differenza d'esso al lato maggiore forma esso lato maggiore,& il lato maggiore gionto a 5.D,forma 44.M,mità del giro,Onde il lato minore con 18 differenza de lati,& cō 5.D,formarà 44 M. Ma tanto e 23.C, quanto 18. differenza de lati,& 5 D, però ancora questo 23.C,con il lato minore formarà 44.M. Onde 23.C, viene ad essere la differenza del lato minore 21.ad M,44. cioe C, sarà sempre quello in che il lato minore delli dui è minore della mità del giro, Et cosi sappiamo che 5.D,è sempre la differenza del lato maggiore 39.alla mità M,del giro, Et che il 23.C,e sempre la differenza del lato minore delli dui alla medesma mità M,del giro,Ancora perche 23. C, con 5. D, formano sempre la base 28. Et essa base 28. con la mità del composto de dui lati,(cioe con 30.& fa 58.)e maggiore di 44.M,composto dal 30.& mità della base,nell'altra mità della base,cioe in 14.si vede che il 23.C,& 5.D,che fanno 28.base,sarà tāto

minore

minore di 44.M, in quanto 14. mità della base è minore di 30. mità del composto de dui lati; cioè in 16.F, Et perche 23.C, con 5.D, & 16.F. (così come la base 28. & 16.F,) compongono 44. M, il solo 5.D, con 16.F, saranno tanto minori di 44.M. quanto importa 23.C, ma questo 23.C, si e veduto esser quello in che il lato minore 21. e minore di 44.M, (perche 23.C, con 21. lato minore fanno il 44.M,) però si conosce che 5.D, con 16.F, compongono sempre il lato minore 21. Onde tanto è la somma di 5.D, con 16.F, quãto e la differenza di 23.C, a 44. M, (mità del giro del Triangolo,) O vogliamo dire quãto è quello che resta a cauare 23.C, da 44 M, poiche così essa somma come detto restante formano il 21. lato minore; Di più 5.D, con 23.C, & 16 F, compongono 44. M; Et ancora 39. lato maggiore con 5.D, compongono il medesmo 44.M, (poiche 5.D, e quello in che il 39. lato maggiore e minore del 44. M.) onde ne segue che li soli dui 23.C, & 16. F, componghino il solo 39. lato maggiore, Et così delle 4. quantità 44.M, 16.F, 23.C, & 5.D, la M è la mità del giro la F, è la differenza d'essa mità del giro alla base, la C, e la differenza della medesma mità del giro al minore delli dui lati, Et la D, e la differenza della istessa mità del giro al maggiore delli detti dui lati, Di più la C, con la D, compongono sempre la base, la D, con la F, compongono sempre il minore delli dui lati, Et la C, 23. con la F, 16. compongono sempre i maggiore delli medesimi dui lati, Et le tre differenze F, 16. D, 5. E, 23. compongono sempre la M. 44. mità del giro, perilche tutte quattre esse quãtità M, F, C, D, compongono il total giro, o somma della base, & dui lati del Triangolo. Ancora perche nella Regola data per trouare la grandezza del Triangolo si moltiplicano insieme li dui lati 39. & 21. che producono 819. potremo considerare che 44.M, mità del giro si compone da 39. lato maggiore, & da D, 5. Et il 21. lato minore e il composto di 16.F, & 5.D, onde tanto e il dutto di 44.M, via 16.F, quanto il dutto delle due parti 39. & 5.D, del 44.M. in esso 16.F, perilche tanto e dire 44.M, via 16.F, quanto 39. lato maggiore, & 5.D, via 16 F, o vogliamo dire per comodità, & 16 F, via 5.D, Di piu 16 F, & 23. C, compogono il 39. Onde tanto resulta la moltiplicatione di 39. lato maggiore via 5.D, quanto le due di 16.F, via 5.D, & di 23.C, via l'istesso 5.D. Da questo discorso conosciamo che 39 via 16.F, & 39. via 5.D, importano tanto quanto 44.M. via 16.F, & 23. C, via 5.D. Di piu perche 16 F, & 5.D, compongono 21. lato minore, tanto importa la sola moltiplicatione di 39. via il totale 21. quanto le due di 39. via 16.F, & 39. via 5 D, Ma a queste due moltiplicationi sono ancora eguali le due già dette di 44 M, via 16.F, & 23.C, via 5.D, però ne segue che alla sola moltiplicatione di 39. via 21. lati detti siano eguali le due di 44.M, via 16 F, & di 23. C, via 5.D. Onde se il dutto delli dui lati 39. & 21. che fa 819. importa tanto quanto i dui dutti l'vno di 23.C, via 5.D, & l'altro di 44. M, via 16.F si conosce, che esso 819. dutto delli dui lati e tanto maggiore dell'vn dutto, o moltiplicatione di quanto importa l'altro dutto, o moltiplicatione. Perilche dall'819 dutto de dui lati cauandone l'vna delle due moltiplicationi, o dutti il restante di necessità deue essere l'altro dutto, (o eguale all'altro) Ma a moltiplicare 23.C, via 5. D, se ne produce 115.T, che è l'vno de dui dutti, & questo si caua dall'819 dutto de lati, & resta 704.V, però 704.V, viene ad essere l'altro dutto di 44.M, via 16.F, Et perche il 704.V qual e hora chiamaremo dutto di M, in F, si moltiplica via 115.T, dutto di C, in D, & il prodotto 80960. che chiamaremo P, e il quadrato della grandezza del Triangolo, vediamo che esso P, viene ad essere quello che nasce a moltiplicare il dutto di M, in F, via il dutto di C, in D, cioe 704.V, via 115.T.) ma le quattro quantità M, 44.F, 16.C, 23.D, 5. che moltiplicate fra loro producono P, (& se bene si e detto che il dutto di M, in F, si moltiplica nel dutto di C, in D, facendo cioe tre moltiplicationi cõ esse quattro quantità, tanto si può dire, o resulta l'istesso moltiplicando esse quattro quantità fra loro, come si vogli in 3. moltiplicationi pure cioe, o la prima quantità via la seconda, & il prodotto via la terza, & il prodotto via la quarta. Ouero il prodotto della prima quantità nella seconda via la quarta, & il prodotto via la terza, Ouero la terza, via la quarta, & il prodotto, via la seconda, & il prodotto, via la prima; Ouero la prima via la terza, & il prodotto, via il prodotto della seconda nella quarta, Ouero la prima, via la quarta, & il prodotto, via il prodotto della seconda nella terza, &c. Poiche di quante quantità si voglino da moltiplicare fra loro, & trouarne il to-

tale

44 via 16   23 via 5

Si diuide in 39 Et 5 via 16. via 16.

Però hora in vece delli dui 44. via 16. Et 23. via 5. si haueranno questi tre.

39 via 16   16 via 5   23. via 5

Ma questi dui sono quanto il composto di 16. & 23. cioe 39. via 5. però in vece di questi dui posto 39. via 5. haueremo poi questo 39. via 5. Et il primo 39. via 16.

39 via 16   39 via 5

Ma questi dui sono quanto il cõposto di 16. & 5. cioe 21. via 39. però li principali dui 44. via 16. & 23. via 5. si riducono ad essere, o importare quanto il solo dutto di 39. via 21.

però	39
via	21
che fa	819

tale prodotte, pure che ciascuna d'esse si adoperi vna volta a moltiplicare, non importa che ordine si tenga nelle loro moltiplicationi, quali saranno sempre vna moltiplicatione di manco di quello che è il numero delle quantità da moltiplicare, cioe quando le quantità fussero 10. le moltiplicationi fariano 9. Se le quantità fussero 9. 8. 7. 6. 5. 4. ouero 3. le moltiplicationi fariano 8. 7. 6. 5. 4. 3, ouero 2. Et se le quantità fussero solo due, le moltiplicationi fariano solo vna, o vi saria solo vna moltiplicatione) si e già mostrato essere la mità del giro del Triangolo, la differenza che è da essa mità del giro della base, (o vogliamo dire ad vna delle tre linee rette che circondano il Triãgolo,) Et le due differenze che sono fra la istessa mità del giro a l'vn lato, & all'altro, o vogliamo dire a ciascuna dell'altre due linee, che circondano il Triangolo; cioe esse 4. quantità essere la mità del giro del Triangolo, Et le tre differenze, che sono da ciascuna delle tre rette, o lati che terminano il Triangolo a detta mità del suo giro, però si conclude che d'vn Triangolo presa la mità M, del suo giro, & da essa cauato ciascuno delli tre lati, o rette che lo circondano, & le tre differenze, & la mità M, del giro, come quattro quantità seperate moltiplicate fra loro (in tre moltiplicatione; cioe) il prodotto sarà il quadrato della grandezza del Triangolo; Onde per trouare la grandezza del Triangolo si può dire. Cauisi ciascuno delli tre lati del Triangolo dalla mità del suo giro, & li 3. restanti insieme con detta mità del giro, cioe esse quattro quantità si moltiplichino fra loro, & del prodotto si pigli la rad. quadra, che ella sarà la grandezza del Triangolo. Et questa è la Regola antica del trouare la grandezza del Triangolo mediante la notitia delli suoi tre lati. La dimostratione Geometrica della quale è la seguente.

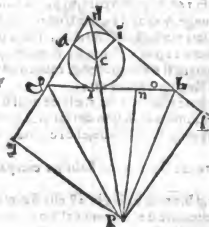
Sia il Triangolo d g b, al qual per comodità, dando i numeri alli suoi lati sia d g, 17. d b, 25. & b g, 28. che il suo giro sarà 70. & il semigiro 35. in esso si inseriua il cerchio a r i, (diuidendo dui de suoi angoli poniamo g, & b, in due parti eguali con le rette g e, b e, nel concorso delle quali, & sia il punto e, sarà il centro del cerchio, dal quale a ciascuno delli tre lati del Triãgolo tirate le perpendicolari e a, e i, e r, elle faranno i semidiametri del cerchio, che sono egual fra loro (che considerati i dui Triangoli rettangoli g a e, g r e, perche di piu l'angolo a g e, dell'vno è eguale all'angolo r g e, dell'altro dalla costruttione, & hanno il lato g e, comune, ne segue (per la 26. propositione del primo libro d'Euclide) che ancora il lato g a, dell'vno sia eguale al lato g r, dell'altro, & il lato e a. al e r, Et per la medesma causa considerati i dui Triangoli rettangoli b i e, b r e, che hanno il lato b e, comune, & l'angolo e b i, dell'vno eguale all'angolo e b r, dell'altro (per la diuisione fatta del totale angolo d b g, in due parti eguali) ne segue che il lato b i, dell'vno sia eguale al lato b r, dell'altro, & il e i, al e r, ma ancora e a, è eguale alla istessa retta e r, però ancora e i, sarà eguale à e a, onde le tre perpendicolari e a, e i, e r, semidiametri detti saranno eguali fra loro, Et inteso ancora dal centro e, all'altro angolo d, tirata la retta e d, haueremo i dui Triangoli rettangoli e a d, e i d, nelli quali i dui lati a e, e d, dell'vno sono eguali alli dui lati i e, e d, dell'altro, & però il restante lato a d, dell'vno, sarà eguale al restante lato i d, dell'altro, l'angolo a d e, all'angolo i d e, (perilche il totale angolo g d b, del Triangolo principale d g b, sarà ancora egli diuiso per mezo dalla e d,) & l'a e d, all'i e d, Et perche a moltiplicare la perpendicolare e a, (o semidiametro) nel Triangolo d e g, via la mità della base d g, se ne produce la grandezza d'esso Triangolo d e g, Et a moltiplicare la perpendicolare e r, (o semidiametro) nel Triangolo g e b, via la mità della base g b, se ne produce la grandezza d'esso Triangolo g e b, Et similmente a moltiplicare la perpendicolare e i, (o semidiametro) nel Triangolo b e d, via la mità della base b d, se ne produce la grandezza d'esso Triangolo b e d, ne segue che a moltiplicare vna d'esse tre perpendicolari, o semidiametro, via la mità della somma d'esse tre basi; cioe via la mità del giro del principal Triangolo d g b, il prodotto sia la grandezza di tutti tre li Triangoli detti, & perciò sia la grandezza del totale Triangolo d g b. Onde conuersamente partendo la grandezza del totale Triangolo d g b, quale è 210. per la mità del giro; cioe per 35. l'auenimento 6. sarà il semidiametro del cerchio inscrittoli; cioe ciascuna delle tre rette e a, e r, e i, sarà 6. Et perche le sei rette contingenti il cerchio nelle quali dalle tre perpendicolari sono diuisi i tre lati del Triangolo d g b, sono a due, a due eguali fra loro, cioe la d a, alla d i, la g a, alla g r, & la b r, alla b i, ne segue che cosi le tre d a, a g, b r, siano la mità del giro del Triangolo, come le altre tre d i, g r, b i, Onde se d a, a g, cioe il lato d g, 17. con b r, fa 35. mità del giro del Triang. si conosce, che la sola br, sarà 18. differẽza del lato d g, a 35. mità del giro del Triangolo, & però ancora b i, (a detta br, eguale) sarà 18. Et perche il lato b d, e 25. restarà i d, 7. & perciò d a, eguale ad i d, sarà pure 7. onde essendo il lato d g, 17. restarà la a g, 10. & però la g r, (eguale alla a g,) sarà 10. che essendo il totale lato g b, 28. la r b, restarà 18. come ancora già habbiamo trouato; Et perche d i, i b, & g r, fanno vn semigiro del Triangolo d g b, si vede che g r, 10. (ouero g a,) è la differẽza del lato d b, 25. al semigiro 35. Et similmẽte perche b r, r g, & d a, fanno vn semigiro del Triangolo istesso d g b, si vede che d a 7. (ouero d i,) è la differenza del lato b g, 28. al semigiro 35. Ancora perche d a, a g, & b r, fanno pure vn semigiro del Triangolo

medesmo

medesimo d g b, si conosce che b r 18. (ouero b i, è la differenza del lato d g, 17. al semigiro 35. onde le tre differenze dette; cioè g r, 10. a d, 7. & b r, 18. sono le istesse che compongono ancora vn semigiro del Triangolo d g b. cioe la somma delle tre differenze, che sono dalli tre lati del Triangolo al suo semigiro è medesimamente quanto è l'istesso semigiro. Questo inteso allunghisi il lato d g, 17. verso g, fino in q, di modo che g q, sia eguale à b r, ouero b i, 18. che cosi tutta la d q, sarà 35. eguale al semigiro del Triangolo d g b, Et ancora si allunghi il lato d b, 25. verso b, fino in l, di modo, che b l, sia eguale à g r, ouero g a, 10. che cosi tutta la d l, sarà 35. ancor'ella eguale al semigiro del Triangolo d g b, & però ancora eguale alla d q. A questa d q. dal punto q; & ancora alla d l, dal punto l, si tiri vna perpendicolare finche elle concorrano insieme, & sia in p, & ancora si allunghi la retta d c, per il centro c, fino che arriui al detto punto c, che di necessità essa retta d c p, concorrerà nel punto istesso p, concorso delle perpendicolari q p, l p, perche considerati i dui Triangoli rettangoli d q p, d l p, nelli quali ancora l'angolo q d p, dell'vno, è eguale all'angolo l d p, dell'altro, come si è dimostrato di sopra, & il lato d q, dell'vno, è eguale all'o, a lui corrispondente lato d l, dell'altro, ne segue (per la 26. propositione del primo d'Euclide) che ancora il lato q p, dell'vno sia eguale al lato l p, dell'altro, & la subtēsa d p, dell'vno, eguale alla subtensa d p, dell'altro che è vna istessa retta, & però termina nel pũto comune ad ambidui li lati q p l p, cioe nel punto p, (ouero (che resulta l'istesso) si tiri dal q, alla d q, o dall'l, alla d l, (& sia dall'l,) la perpẽdicolare l p, & si allunghi la d c, per c, finche concorra con questa perpendicolare, & sia in p. dal quale al pũto q, si tiri la p q, che ella sarà eguale alla p l, & perpendicolare alla d q, perche considerati i dui Triang. d l p, d q p, doue i dui lati q d, d p, dell'vno con il suo angolo sono eguali alli 2. lati l d, d p, dell'altro cõ il suo angolo, ne segue, che ancora la base q p, dell'vno sia eguale alla l p, dell'altro, & l'angolo q, all'l, & però retto) Ciascuno mò di questi dui Triang. rettangoli d q p, d l p, è equiang. & però simile, & di lati proportionali a ciascuno delli dui Triangoli rettangoli piccoli d a c, d i c.

Hora dalla base b g, cominciando dal punto b, si seghi la b n, eguale alla g r, (ouero alla b l,) che è dall'altra banda della base, ouero (che resulta l'istesso) dal punto g, si segni la g n, eguale alla b r, (ouero alla g q, dall'altro banda della base, che cosi b n, sarà 10. come g r. Ouero g n, sarà 18. come b r, essendo r n, intermedia 8. a questo punto n, & ancora alli dui g, & b, termini della base b g, dal punto p, si tirino le rette p n, p g, p a, considerando il Triangolo p g b, & intesa per base la b g, alla quale dall'angolo oppostoli p, la tiratavi p n, si prouarà esserui perpendicolare dicendo, Intesi i dui Triangoli rettangoli b l p, g q p, nelli quali il lato q p, 30. dell'vno è eguale al lato l p, 30. dell'altro; perche il g q, 18. dell'vno è maggiore del b l, 10. dell'altro, & però il quadrato 324. di g q, è maggiore del quadrato 100. di b l, (& in 224.) ancora il quadrato di g p, che è quanto li dui quadrati di p q, q g, sarà maggiore del quadrato di b p, che è quanto li dui quadrati di p l, l b, & in tanto in quanto il quadrato di g q. supera il quadrato di b l, (cioe in 224.) ma g n, è eguale à g q, & b n, è eguale à b l, & però il quadrato di g n, è eguale al quadrato di g q, & il quadrato di b n, è eguale al quadrato di b l, però il quadrato del lato g p, nel Triangolo g p b, supera il quadrato di b p, in tanto, in quanto il quadrato di g n, parte maggiore della base g b supera il quadrato di b n, restante parte minore d'essa base g b, per il che esse due parti g n, b n, sono i dui casi delle base, & perciò la p n, e perpendicolare ad essa base (che se l'Aduersario negando la p n, essere perpendicolare alla b g, dicesse la retta che partẽdosi dall'ang. p, sia ppendicolare a la b g, (o sua dirittura) andarà in altro luogo che in n, sia che egli dica che vada in o, che cosi essendo p o, la pẽdicolare, & però l o, g o, i 2. casi ne seguiria che il quad. del quad. di g o, caso finistro saria mag. del quad. di l o, caso destro in quãto il quad. del lato p g, finistro fusse mag. del quad. del lato p b, destro, & però in quãto il quad. di g o, e maggiore del quadra di b n, ma g o, e maggiore di g n. (supponendo hora il punto o, essere fra n, & b, che il medesimo in modo simile occorreria, ponendolo doue si vogli) però il quadrato di g o, superarà ancora di più il quadrato di b n, che nõ e quello in che esso quadrato di b n, e superato dal quadrato di g n, & perche b o, e minore di b n, & però il quadrato di b o, e minore del quadr. di b n, ne segue che il quadrato di g o, superarà il quadrato di b o, in piu di quello in che egli supera il quadrato di b n, & però tanto maggiormente il quadrato di g o, superarà il quadrato di b o, in piu di quello che il quadrato di g n, superã il quadrato di b n, & però in più di quello che il quadr. del lato g p, supera il quadrato del lato b p, il che è cõtro il supposito; non potrà dunque il punto o, essere diuerso dall'n,

& però la p n,sarà perpendicolare alla base b g. come si voleua mostrare; Hora considerati i dui
Triangoli rettangoli g q p,g n p,perche i dui lati g q,g p, dell'vno sono eguali alli dui lati g n,g p,
dell'altro,ne segue che il restante lato q p,dell'vno sia eguale al restante lato n p dell'altro, & gli
angoli dell'vno,a gl'angoli a loro corispondenti dell'altro;cioe il q g p,all'n g p,& il g p q,al g p n,
Et perche nel quadrilatero q g n p, i suoi quattro angoli sono eguali a quattro retti essendi i dui g
q p,g n p,retti,gl'altri dui q g n,q p n,insieme saranno eguali a gl'altri dui retti restanti,& intesa
la retta b g,cadere sù la q d,i dui angoli b g q,b g d,gionti insieme sono eguali a dui retti,& però
eguali alli dui q g n,q p n,onde remosso da ciascuna banda il comune ang.q g n,restarà il solo ang.
q p n,però la mità dell'vno;cioe l'ang.g p q,(ouero g p n)sarà eguale alla mità dell'altro che(inte
so,o imaginato la retta g e,)e l'angolo d g e,(ouero il e g b,)perilche conosciamo li dui Triango-
li rettangoli g a e,p q g essere equiangoli,& simili,& però di lati proportionali, Et nel medesimo
modo si conoscerà il Triangolo rettangolo e i b,(intesa la retta b e,)essere equiang. & però simi-
le,& di lati proportionali al Triangolo rettãgolo b l p,perilche tal proportione è da e a,6.ad a g,
10.quale è da g q,18.a q p,30. onde di queste quattro quantità proportionali il prodotto della
prima e a,6,nella quarta q p,30.sarà quanto il prodotto della seconda a g,19. nella terza g q,18.
(che ciascun d'essi e 180.)come ancora il prodotto di e i,6.in l p,30.è eguale al prodotto di,i b,18
nella b l,10.onde se il quadrato di a e,cioe 36.sarà paragonato a ciascuno d'essi dui prodotti 180
180 egli a ciascuno d'essi hauerà vna medesima proportione; cioe dal quadrato di a e, al dutto di
a e,in q p,e come dall'istesso quadrato di a e, al dutto di a g,in g q, Et perche la proportione del
quadr. di a e (36.)al dutto(180.)di a e,(6.)in q p,(30.)e come della linea a e,6.alla q p.30.(che
hauendo i dui rettangoli di a e,in a e,& di a e,in q p,vna istessa altezza a e,la proportione del pri-
mo rettangolo al secondo,sarà come da a e,base del primo a q p,base del secondo; Ouero perche
essendo moltiplicate le due quantità a e,q p,per vna istessa quantità a e,la proportione del primo
prodotto (quadrato di a e,) al secondo (rettangolo di a e,in q p, e come della prima quantità a e,
alla seconda q p,) Ancora il quadrato istesso di a e,all'altro prodotto di a g,in g q,sarà come del-
la linea a e,alla q p,Et perche per essere i dui Triangoli rettangoli d a e,d q p,simili,& di lati pro-
portionali,la proportione di d a,à d q,e come e di a e,à q p,tal proportione sarà da d a,7.à d q,35
quale e dal quadrato 36.di a e,al prodotto di a g,10.in g q,18. Et perche di queste quattro quan-
tità proportionali la prima è d a,7 & la quarta e il prodotto 180.di a g,10.in g q,18.tanto resul-
tarà a moltiplicare d a,7.prima,via il prodotto 180.di a g,in g q,(che fa 1260.)quanto a molti-
plicare il quadrato di a e,cioe 36. terza per d q,35.seconda (che fa pure 1260.) Et essendo questi
dui 1260. 1260.dutti di d a,nel dutto di a g,in g q. Et dutto del quadrato di a e, in d q, eguali
l'vno all'altro,moltiplicando ciascuno di essi per vna istessa quantità d q,35.ancora i dui resultan
ti 44100.& 44100,saranno eguali fra loro, che sono il dutto di d a,7. nel prodotto di a g.10.in g
q,18.moltiplicato per d q,35.o vogliamo dire,il prodotto da d a,in a g, g q,& d q,moltiplicate
insieme, Et il dutto del quadrato di a e,cioe 36.in d q,35. moltiplicato per d q,35. o vogliamo
dire,il prodotto da a e,a e,d q,& d q,moltiplicate insieme,ma d q,via d q, fa il quadr. di d q, cioe
1225.cosi come a e,via a e,fa il quadrato di a e,però tanto e dire a e,via a e,via d q,via d q,quan-
to e dire il quadrato di a e,via il quadrato di d q, Onde a moltiplicare il quadrato 36. di a e,nel
quadrato 1225.di d q.fa tanto,quanto a moltiplicare insieme d a,a g,g q,& d q,(cioe 7.via 10.via
18.via 35)ma di queste quattro quantità la d q,35.e il semigiro del principale Triangolo d g b,&
le d a,7.a g,10.g p,18, sono le tre differenze, o restanti che si trouano a cauare ciascuno delli tre
lati b g,b d,d g,del Triangolo d g b,dal suo semigiro;però tanto si produce a moltiplicare esse tre
differenze,& semigiro fra loro,quanto a moltiplicare il quadrato di a e,nel quadrato di d q,ma il
dutto del quadrato di a e,nel quadrato di d q,e quanto il quadrato del dutto di a e,in d q,(perche
moltiplicando a e,6.& d q,35.per vn medesmo a e,6. i dui resultanti 36. quadrato di a e, & 210.
dutto di a e, in d q,hanno la proportione istessa di a e,à d q, Et ancora moltiplicando a e, 6. & d
q,35.per vn medesmo d q,35.i dui resultanti 210. & 1225. hanno ancora essi la istessa proportio-
ne di a e,6.a d q,35.onde da 36.a 210.e come da 210,a 1225. essendo ciascuna di queste due pro-
tioni,come da a e,6.à d q,35. cioe dal quadrato 36.di a e, al dutto 210. di a e, in d q, e come dal-
l'istesso 210.dutto di a e,in d q, al quadrato 1225 di d q, perilche 36.210.1225. sono tre quantità
continue proportionali, & perciò il quadrato 44100, della media 210. e quanto il dutto 44100.
della prima 36.nella terza 1225.ma 36.e il quadrato di a e,& 1225. e il quadrato di d q,& il qua
drato di 210.e il quadrato del dutto di a e,in d q, però il dutto del quadrato di a e, nel quadrat
di d q,e quanto il quadrato del dutto di a e,in d q,) Et di essi a e,& d q,la a e,6.e il semidiametr
del cerchio inscritto nel Triangolo,& d q,35.e la mità del giro d'esso Triangolo d g b,il prodott
210.de' quali e la grandezza d'esso Triangolo;però il quadrato 44100 di questo 210.dutto dett
è il quadrato della grandezza del Triangolo, & e quanto il dutto del quadrato di a e,nel quadr

to di d q. al quale si e mostrato essere eguale quel prodotto M, che resulta a moltiplicare il semigiro del Triangolo, & le tre differenze deli suoi tre lati ad esso semigiro fra loro, Onde e chiaro che il prodotto M. del semigiro, & tre differenze dette, e quanto il quadr. della grandezza del Triangolo, perilche la radice quadra d'esso prodotto M, e la grandezza del Triangolo, come si voleua mostrare; cioe si e mostrato che nel Triangolo cauando ciascuno delli suoi tre lati dal suo semigiro, & le tre differenze, o restanti, & semigiro; cioe queste quattro quantità moltiplicate insieme, & del prodotto presa la radice quadra; ella e la grandezza del Triangolo.

Et perche noi habbiamo dedutta, o deriuata essa Regola dalla sola operatione Algebratica, & discorso naturale si può accorgere lo Studente del mirabile valore della Dottrina Algebrica, poiche ella accompagnata al discorso naturale (che si và illustrando nelle speculationi che si fanno in essa) ci fa venire in cognitione delle cose recondite nella Scienza di numeri, & linee, quali in altro modo hanno bisogno di molto sottili inuentioni, & dimostrationi, alle quali a pena sono atti i piu eccellenti ingegni Mathematici.

Ouero adoprando la Regola vltimamente dedutta dalle superiori considerationi seruendoci della mità del giro, & delle tre differenze delli tre lati del Triangolo ad essa mità del giro.

Fig. 11.

giro 88
sua mità 44. differenze 5. 23. 16.

220.

5060.

rad. 80960. e la grandezza.

	base 28.		base 21.		base 39.
sua mità	14.	sua mità	10 $\frac{1}{2}$.	la mità	19 $\frac{1}{2}$.
suo quad.	196.	suo quad.	110 $\frac{1}{4}$.	suo quad.	380 $\frac{1}{4}$.
si caua	81.	si caua	30 $\frac{1}{4}$.	si caua	12 $\frac{1}{4}$.
resta	115. T,	resta	80. T,	resta	368. T,
dutto de lati	819	dutto de lati	1092	dutto de lati	588.
restante	704. V,	restante	1012. V,	restante	220 V,
via	115. T,	via	80. T,	via	368 T,
radic. 80960. e la grandezza del Triangolo.		radic. 80960. e la grandezza del Triangolo.		radice 80960 e la grãdezza del Triangolo.	

Si conosce ancora che dicendosi I tre lati d'vn Triangolo sono 21. 28. 39. cioe gira in tutto 88. si vuol diuidere questo suo giro in quattro parti tali che elle moltiplicate fra loro il prodotto sia la grãdezza d'vn quadrato che habbi ciascun lato eguale alla grandezza d'esso Triangolo (che e quanto a dire sia il quadrato della grandezza del Triangolo) si domanda esse quattro parti; Si risponderia elle essere 44. 23. 16. 5. cioe la mita del giro, & le tre differenze che sono da ciascuno delli tre lati ad essa mità; Ma dicendosi simplicemente, Vn Triangolo gira 88. Ouero vorei fare vn Triangolo che giri 88. & diuidere questo suo giro in quattro parti tali, che elle moltiplicate frà loro il prodotto fusse la grandezza d'vn quadrato che hauesse ciascun lato eguale alla grandezza del Triangolo; Noi potressimo ponere i lati del Triangolo a beneplacito, pure che la somma di quali si voglino dui di loro fusse maggiore dell'altro; cioe fusse piu di 44. mità del giro, Et però il Triangolo potria essere Equilatero, ouero Equicrure, o diuersilatero, come ci piacesse, che de gli Equicrurij, ò diuersilateri, se ne potriano formare infiniti di tal giro 88.

Et perche dati i tre lati del Triangolo, per trouare la sua grandezza mediante la perpendicolare, si e conosciuto che la differenza de' quadrati delli dui lati, mostra ancora, o vogliamo dire e ancora la differẽza de' quadrati delli dui casi, Et la differenza de' quadrati di due quãtità e quanto il prodotto che nasce a moltiplicare la somma d'esse due quantità via la differenza loro, Onde sapẽdo la somma, con essa partendo la differenza delli loro quadrati l'auenimento sarà la loro differenza (che se sapessimo la differenza delle due quantità con essa partendo la differenza de' quadrati loro, ne verria la somma delle due quantità,) Onde preso il Triangolo di lati 17. 25. 28. & intesa base il 28. (sopra alla quale caderà la perpendicolare che venga dall'angolo oppostoli contenuta dalli lati 17. 25. essendo ciascuno delli dui angoli alla base acuto) noi moltiplicaremo 42.

som-

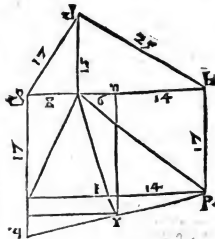
somma de' lati 17.& 25.per 8.differenza loro, & il prodotto 336. (che e la differenza de quadrati d'essi dui lati,&perciò e ancora la differenza de quadrati delli dui casi)partendolo per la base 28. (che hora e la somma de casi,) & dell'auenimento 12. (che hora sarà la differenza d'essi dui casi) la sua mità 6.gionta,& cauata a 14.mità della base,i dui resultanti 20.& 8.saranno i dui casi, Di qui si vede che se non la totale differenza de dui quadrati de casi, o lati, ma la sola sua mità partiremo per la base hora somma de casi, l'auenimento sarà la mità della differenza de casi che si gionge, & caua alla mità della base somma de casi per trouare essi casi, ma la mità della differenza de quadrati de' lati si trouarà a moltiplicare le mità della somma de' lati via la differenza loro cioe hora nel Triangolo preso moltiplicando 21.via 8.che fa 168.& questo partito per la base 28 l'auenimento sarà il 6.mità della differenza de casi che si giunge,& caua a 14 per trouare i casi 20 & 8. Onde se moltiplicaremo non la mità della somma de lati via la loro differenza, ma la mità della somma de' lati,via solo la mità della differenza;cioe hora 21.via 4.che fa 84.& questo partiremo per la sola mità della base;cioe per 14.l'auenimento sarà il 6.che gionto,& cauato ad esso 14.fa per resultanti 20. & 8. casi cercati; Onde dandosi la Regola si potrà dire.

D'vn dato Triangolo con la mità P,della base (inteso per base vna delle sue tre linee qual si vogli)partasi il prodotto che nasce a moltiplicare la mità della somma delli suoi dui lati,via la mità della differenza loro,& l'auenimento A,si giunga,& caui alla mità P,della base,che i dui resultanti saranno i dui casi.

Qual Regola deriuata dalla speculatione del discorso naturale si può anco stabilire con particolare dimostratione Geometrica, & è la seguente.

Preso il Triangolo d g b,per comodità di lati noti d g,17.d b,25. & base g b, 28.ella si diuida per mezo in n,& dall'angolo d,oppostoli,se li tiri la perpendicolare d c, Ancora dal suo termine g,sinistro se li tiri dalla parte opposita del Triangolo la perpendicolare g q, eguale al lato destro d b,25.& dal termine b,destro la perpẽdicolare b p,eguale al lato sinistro d g,17.Et dalla g q,25 si seghi la parte g m, eguale alla b p, o lato g d, 17. & la m q, 8 si diuida a due parti eguali 4.& 4.in s.& si tirino le rette c q.c p,p m,& la q p,quale si diuida per mezo in r, come ancora la g b,in n.Et dal punto r,si tirino le rette r s,r c,& r n, segnando il punto t,doue la m p,e diuisa dalla r n, Hora perche il Triangolo d c g,e rettangolo, come ancora il d c b, ne segue che il quadrato del lato d g,sia eguale alli dui quadrati del caso g c, & della perpendicolare c d, Et similmente il quadrato del lato d b,e eguale alli dui quadrati del caso b c,& della perpendicolare c d,onde remosso comunemente il quadrato della perpendicolare c d, si vede che in quanto il quadrato del lato piu corto d g,e minore del quadrato del lato piu lungo d b, in tanto a punto il quadrato del caso piu corto g c,sarà minore del quadrato del caso piu lungo b c,cioe la differenza de quadrati delli dui casi,e la istessa,che la differenzza de quadrati delli dui lati,però il composto del quadrato del caso minore g c,insieme cõ il quad. del lato mag. db,sarà eguale al cõposto del quda. del caso maggiore c b,insieme con il quadrato del lato minore g d,ma perche g q,e (dalla construttione) eguale al lato maggiore d b,& b p,e eguale al lato minore g d, ne segue che il composto delli dui quadrati di g q,& g c,& però il quadrato di c q,sia eguale al composto delli dui quadrati di b p,& b c.& però al quad. di c p,perilche c q, & c p, che hãno i quadrati eguali sarãno eguali fra loro,il Triangolo dunque q c p,ha i dui lati q c,c p,eguali,onde la retta c r,che dall'angolo c,viene a mezo la base qp,in r,sarà perpendicolare ad essa q p,(o vogliamo dire,perche i tre lati del Triangolo q c r,sono eguali alli tre lati del Triangolo p c r,ciascuno allo a lei corrispõdente essi dui Triangoli sarãno Equiangoli,& perciò l'angolo c r q,dell'vno sarà eguale allo a lui corrispondente c r p, dell'altro,perilche ciascuno d'essi dui angoli sarà retto,& la c r,perpendicolare alla q p,) Et perche le due rette g m,b p,eguali sono ancora equidistanti(essendo ciascuna d'esse perpendicolare alla g b,)ancora le due g b,& m p,saranno fra loro eguali,& equidistanti,onde nel paralello grãmo g b p m,essendo li angoli g, & b, retti; retti ancora saranno li dui restanti oppostoli b p m, & g m p,& però ancora retto il p m q,Et considerato il Triangolo rettangolo q m p,nel quale ciascuno delli dui lati q m,& q p,e diuiso per mezo in s,& r, dalla retta s r,ella (per la seconda propositione del sesto libro d'Euclide)sarà equidistante all'altro lato, o base p m, onde l'angolo r s q,sarà ancora egli retto,& li dui Triangoli rettangoli q s r,q m p,che hanno ancora l'angolo q,comune, saranno simili,& di lati proportionali,perilche si come q s,e la mità di q m,o q r, e la mità di q p, ancora s r,sarà la mità di p m, & però eguale alla g n, & a lei equidistante, onde il quadrilatero g n r s,sarà paralelogrammo rettangolo,& la n r,eguale, & equidistante alla g s, & perciò ancora il quadrilatero m t r s,di lati equidistanti, & che ha li angoli m, & s,retti, hauerà ancora retti li dui m t r,s r t,& eguali li lati contrapositi;cioe t r,ad m s,& s r,ad m t,r t,dunque sarà 4.& m t, 14, come g n,& ancora t p,sarà 14.come n b,essendo tutti li angoli al t,retti,Hora cõsiderato il Triangolo rettangolo p t r, la somma delli suoi angoli t r p, t p r, sarà quanto vn retto, & però eguale

all'an-

all'angolo e r p, che e retto, perilche leuatone comunemente il t r p, il restante t p r, sarà eguale all'n r c, onde nelli dui Triangoli rettangoli c n r, r t p, doue ancora l'angolo n r c, dell'vno è eguale all'angolo t p r, dell'altro, essi saranno equiangoli, & simili, & di lati proportionali, perilche la proportione di p t, 14. (eguale ad n b, 14. mità della base) à t r, 4. (eguale ad m s, 4. mità di m q, differenza di b p, a g q, cioe differenza del lato d g, al d b,) sarà come di r n, 21. (mità della somma di b p, & g q, (che inteso giunto s q, alla b p, il composto sarà eguale alla g s, si eome g m, è eguale alla b p, & m s, ad s q, onde g s, sarà la mità della somma delle g q, b p, & perciò delli dui lati d g, d b, del Triangolo g d b,) cioe mità della somma de lati d g, d b,) ad n c, (differenza di ciascuno delli dui casi g e, 8. & e b, 20. alla mità g n, (ouero n b, 14.) della base; (cioe la mità della base, la mità della differenza de lati, la mità della somma de lati, & la linea c n, che chiamaremo A, differenza di ciascuno delli casi alla mità della base sono quattro quantità proportionali, perilche a moltiplicare insieme la seconda, & terza, che sono la mità della differenza, & mità della somma delli dui lati, & il prodotto partirlo per la prima, che è la mità della base, l'auenimento A, sarà la quarta; cioe la differenza di ciascuno de casi alla mità della base, perilche esso auenimento A, gionto, & cauato alla mità della base i dui resultanti saranno i dui casi, che è quanto si voleua dimostrare.

cp, rad. 689   m p, 28   r p, rad. 212   n r, 21   g b, 28
cq, rad. 689   p t, 14   r q, rad. 212   g s, 21   g d, 17
cr, rad. 477   m t, 14   p q, rad. 848   g q, 25   d b, 25
t r, 4

17   77   99.   49
4   7   9   7
11
10 | 68   63
77
n r, 6 $\frac{4}{5}$.   14
7. è il caso minore.

16
5
6 | 80
13 $\frac{1}{3}$.
6. 19 $\frac{1}{3}$. ad 7 $\frac{1}{3}$. n d,

quadr. di m, n, 121   Fig. 12.
quadr. di d n, 53 $\frac{7}{9}$.
quadr. di m d, 67 $\frac{2}{9}$.
m d, rad. 67 $\frac{2}{9}$.
via c a, rad. 36   fa rad. 2420. grandezza del Triangolo m n a.

28
25
17
70
18. 10. 7. 35.
245
180
44100
2 1 0. grandezza da partire
3 5. semigiro partitore.
6. semidiametro auenimẽto

d a, } d i, } cõtingenti il cerchio eguali

g a, } g r, } contingenti eguali

b i, } b r, } contingenti eguali

d a, a g, r b, semigiro 35. ma d g, è 17. però b r, è 18. & cosi 18. sarà b i, ma b d, è 25. però d i, sarà 7. & cosi d a, ma d g è 17. però g a, sarà 10. & cosi g r.
d a, 7. g a, 10.
d i, 7. g r, 10. b n 10. fatta eguale à g r, però n g, sarà 18. eguale à b r, 18.
b i, 18.
b r, 18.
a c, 6.
i c, 6.
r c, 6.
d c, sarà rad. 85. però d p, à d c, quintupla (come d q. à d a,) sarà rad. 2125
g q, 18. eguale à b r, però d q, 35. semigiro b l, 10. eguale à g r, però d l, 35. semigiro

q p, 30. quintupla ad a c, 6. si come d q, 35. è quintupla à d a, 7. l p, 30. quintupla ad i c, 6.
L'angolo d q p, e fatto retto, & cosi il d l p, però il Triangolo rettangolo d l p, è simile, & eguale al d q p, & ciascun d'essi e simile al d a c, & al d i c.

Hora (doppo l'hauere acquistato la intelligenza delle Regole dette da trouare la grãdezza delli Triangoli) tornando al nostro quadrilatero hauẽdo veduto che il Triangolo c m n, agnolare di esso quadrilatero è grande 1254 esso mediante trouaremo la sua altezza c s, che venga dall'angolo, o eima t, alla base m n, (o sua dirittura sù la quale dirittura è ancora la base del Triangolo a m c, della istessa altezza, quale altezza, o perpendicolare si potria ancora

cora trouare fenza hauer nota la grandezza del Triangolo; cioe cercando il cafo maggiore m s, ouero il minore n s, che fi trouariano mediante i dui lati, & bafe noti come fi è già moftrato,) & fi farà partendo detta grandezza 11540. per 209. bafe che ne viene 60. & quefto è la mità dell'altezza, onde il fuo doppio 120. farà l'altezza cercata c s, ma per trouare quanto il punto s, fia lontano dall'm, termine del lato maggiore sù la bafe, cioe per trouare la lunghezza del cafo maggiore s m, cauaremo il quadrato di detta altezza dal quadrato del lato maggiore, (& effo reftante farà quello che nafce a moltiplicare 189. fomma via 49. differenza loro; cioe 14161.) che il reftante 14161. e il quadrato del cafo maggiore s m però s m, farà 119. onde effendo m a, 596. tutta la s a, farà 715. al quadrato della quale giunto il quadrato della c s, & della fomma 525625. prefa la radice che è 725. quefta farà la a c, Hora confiderato il Triangolo a c n, & prefo per fua bafe la n c, che è nella fua dirittura, o congiunta in linea retta con la c g, che fi confidera bafe del Triangolo a c g, & hanno vna ifteffa cima a, & però vna ifteffa altezza, o perpendicolare a S, fi trouarà effa altezza comune mediante i lati n a, a c, & bafe c n, noti del Triangolo n a c, o cercando prima la fua grandezza, o prima i cafi, che fe vorremo feruirci della grandezza ella fi faprà fubito intefa bafe la a n, 805. & quefta moltiplicando per 60. mità di c s, 120 perpendicolare ad effa bafe a n, in detto Triangolo a c n, che fa 48300. per la grandezza del Triangolo a c n, qual grandezza partiremo hora per 150. n c. che hora vogliamo che ferua per bafe del medefmo Triangolo a c n, & ne viene 322. il doppio di che è 644. & quefto farà la perpendicolare a S, ad effa bafe n c, (o fua dirittura) peruenìente dalla cima, o angolo oppoftoli a, cioe farà l'altezza comune delli dui Triangoli n a c, e a g, Et per conofcere quanto è lontano il punto S, termine d'effa altezza dall'angolo g, trouaremo il cafo maggiore n S, angolare al lato maggiore n a, 805 nel Triangolo n a c, nel quale detta a S, e perpendicolare, & perciò cauaremo il quadrato di a S, 644. dal quadrato di a n, 805. cioe 414736. da 648025. & del reftante 233289. pigliaremo la radice quadra che è 483. & quefto 483. e il cafo maggiore, che comincia al punto n. Et perche effo 483. e piu di 150. n c, bafe di effo Triangolo n a c, conofciamo che detta perpendicolare cade fuori del Triangolo, & della bafe n c, sù la c g, lontano dal c, verfo g, quanto e la differenza di n c, 150. bafe ad n S, 483. cafo maggiore; cioe 333. che faria la c s, cafo minore (il quadrato del quale con il quadrato della perpendicolare a S, deuono componere precife il quadrato di a c, lato minore, & ben fi vede che 114889. con 414736. fa 565625. che è precife il quadrato di 725. a c,) conofciuto quefto cafo maggiore n s, effere 483. lo cauaremo dalla totale n g, 662. & il reftante 179. farà la S g, (ouero cauando c S, 333. da c g, 512. il reftante 179. farà la S g,) il quadrato della quale S g. gionger emo con il quadrato della altezza a S, & della fomma 466777. (che è il quadrato di a g) pigliaremo la radice, che è quafi 668 $\frac{\;}{1}\frac{5}{3}\frac{5}{3}\frac{2}{6}$. & quefto è la a g, cercata diametro nel quadrilatero propofto.

Fig. 13.

s a, 715
715
511225. quad. di s a,
14400. quad. di c s,
525625. quad. di a c,
7 2 5. a c,
72

a S, 644.
644.
414736. quad. di a S,
648025. quad. di a n,
233289. quad. di n S,
4 8 3. c S,
2 8

c S, 333.
333.
110889. quad. di c S,
414736. quad. di a S,
525625. quad. di a c,

S g, 179.
179
32041. quad. di S g,
414736. quad. di S a,
446777. quad. di a g,
6 6 8
111
668 $\frac{\;}{1}\frac{5}{3}\frac{5}{3}\frac{2}{6}$ quafi è a g,

Hora acciò lo Studente vegga con quale arte fi fono accomodati i numeri nel quadrilatero alle rette a n, m n, n g, n c, acciochè nella operatione occorrano di continuo numeri intieri, & rationali (che poi in fine nel determinare la lunghezza del diametro a g, non importa fe bene ella non è intiero rationale) fi dice che principiando dal Triangolo m c n, per determinare i fuoi lati fi è imaginato la perpendicolare c o, & confiderato il Triangolo rettangolo c o n, fi e pofto effa perpendicolare c o, effere vn numero intiero a beneplacito, & fia 12. & per hauere gl'altri dui lati in intieri fi fono trouati dui numeri intieri i quadrati de quali fiano differenti in 144. quadrato del 12. che per hauerli fi potrà ponere che la differenza de' lati loro fia vn intiero a beneplacito, & fia 6. con il quale fi parta il 144. & ne viene 24. il che farà la fomma loro dalla quale cauato la differenza 6. refta 18. la mità del quale 18. e intiero cioe 9. & farà il lato minore o n, onde la fubtenfa c n, farà 15. couien mò dall'altra banda verfo m, trouare i lati o m, c m, pure in intieri.

Fig. 14.

tieri,i quadrati de quali deuono essere differenti nell'istesso 144.quadrato della e o,onde di nuouo posto che la differenza de' lati loro sia vn'altro numero intiero poniamo 4. con esso partito il 144 ne viene 36.per la somma loro,dalla quale cauato il 4.differenza resta 32.che la mità e 16.intiero,per il lato minore,essendo poi la subtensa e n, 20. Ouero ponendo che la differenza de' lati de quadrati di m o,m e,sia 5.con esso partendo il 144. ne viene 28 $\frac{4}{5}$. per la somma loro dal che cauando il 5. resta 23 $\frac{4}{5}$.la mità 11 $\frac{9}{10}$.del quale è il lato minore,& perciò 5.di piu cioe 16 $\frac{9}{10}$.sarà la subtensa,ma perche questi numeri sono rotti, & noi vogliamo de gl'intieri, potremo moltiplicare ciascuno delli numeri detti,per alcun numero che leui i rotti,& sia per hora 10. & douentaranno m e,169.m o,119.o e,120.o n,90.& n e,150.Et cosi la retta m n,sarà 209 essendo n e,150 & e m,169. Et per stabilire le a m, & a e, in intieri. Considerando il Triangolo rettangolo e o a, & essendo 14400. il quadrato di e o,conuerria che i quadrati de i dui lati e a, a o, siano differenti in esso 14400.però preso per differenza d'essi dui lati poniamo 10. con esso partito il 14400. ne viene 1440. che sarà la somma loro dalla quale cauato il 10. differenza resta 1430. che la mità 715.è il lato minore a o,però la subtensa sarà 725. Et dal 715.a e,leuato 119.m o,il restante 596 sarà il numero di a m,Et i tre lati a e.725.e n,150.a n,805. del Triangolo a e n, saranno ancora tali che la perpendicolare cadente dall'angolo a,sarà numero intiero, & cosi i casi alla base (che quando vi occorresse rotto potressimo accrescere tutti i numeri con la moltiplicatione d'essi in vn denominatore comune a beneplacito, & cosi ridurli a intieri da seruirsi poi di loro) la e g,poi senza vsarui arte non ci curando noi che il diametro a g, da lei dependente sia intiero rationale si potrà ponere vn intiero a beneplacito, che perciò l'habbiamo posta 512. essendo la totale n g, 672.

Può ancora auuertire il Misuratore che se andando sù per la base P S,nel terreno,& dando(come si suol dire)le botte a gl'angoli del contorno della figura;cioe misurando le rette che dalla PS, & a lei perpendicolari arriuino a gl'angoli del confino,occorra che sia impedito in alcun luogo,o per acque,o per colli,o per boschi, o in altro modo talmente che stando sù la P S, non si possa vedere ad angoli retti il confino al quale si vorria andare,o non si possa adoprare,o hauere lo squadro,egli pure,ciò non ostante potrà artificiosamente trouare essa perpendicolare,che douendo poniamo misurare vna retta che perpendicolare alla P S, peruenga all'angolo m,(& doueria essere la o m,) essendo l'interuallo o m, impedito, arriuato in e, (o altro punto dalla P S,)doue si possa vedere.& andare per il diritto ad'esso angolo m, egli potrà andar misurando la e m,& dall'm,ritornando sù la P S, dall'altra banda andare diritto con il schiuare gl'impedimenti,& misurando finche arriui a detta P S,& sia in n,& notate queste e m,& m n,misurare ancora la e n,poi nel Triangolo e m n, di tre lati noti trouare i casi, e o, o n,& la perpendicolare o m, cercata,& cosi essendo note o m, & e o, & prima la e b, si farà nota la grandezza dal capotagliato b e o m,& poi in q,misurata la perpendicolare q l,mediante essa q l,& le o m,o q,si hauerà la grandezza del capotagliato m o q l, Et cosi seguire a gl'altri, Ancora dall'a,misurata la perpendicolare a t,& dall'angolo t, passando auanti dirittamente fino al confine in r,all'hora per trouare la grandezza del Triangolo r d t, dal quale già sarà noto il lato t r, potrà misurare ancora l'r d,& il d t,& cosi hauendo noti i tre lati si trouarà la grandezza del Triangolo, & poi del capotagliato a r b e, & cetera.

Fig. 15.

Fig. 16.

Si potria ancora nõ si vedendo il termine m,ang. del confino in alcun luogo del a e q,quando si arriui in b,misurare la bm,& tornando in giù dall'altra banda venir misurãdo la m l,& peruenuto in l,andare perpẽdicolarmente in q.alla e q,& misurato la e q.q l, & le dette e b, b m, m l, q̃sto bastaria a trouare la grãdezza della figura e b m l q, perche imaginata la retta b l, che diuide essa figura nel capotagliato b e q l, & nel Triangolo b l. m,la grandezza del capotagliato sarà nota moltiplicando la mità della somma delle due perpendicolari

b m, 34.
l m, 42.
b l, rad.1480
———
giro, 76.piu rad.1480.
———
mità 38 piu rad. 370.

38.meno rad.370.differenza alla b l,
———
prodotto. 1444.meno 370.
cioe. 1074.

differenza del semigiro al lato b m. rad.370. piu 4.
al lato b l, rad. 370.meno 4.
———
prodotto 370.meno 16.
cioe 354.
via 1075.
———
prodotto. 380196.
quasi 6 1 6 $\frac{1}{3}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{5}{8}$.è la grãdezza del Triãgolo
8 0
———
740.

dicolari

dicolari e b, q l, via la base e q, cioe 11. via 38. che fa 418. Ancora trouata la b l, base del Triangolo b m l'(cioe l'altro lato transuersale del capotagliato, & e la subtensa all'angolo retto b i l, del Triangolo rettangolo imaginato b i l, tirando, o fingendo la retta l i, equidistante, & però eguale alla q e, che ancora la e i, di necessità sarà eguale alla q l, 8, onde la i b, restante della e b, 14. sarà 6. & il suo quadrato 36. giunto al quadrato di 38. i l, cioe a 1444. fa 1480. per il quadrato di b l, però essa b l, sarà radice 1480. cioe quasi 38 $\frac{0}{10}$.) haueremo noti i suoi tre lati, mediante i quali si farà ancora nota la grandezza del Triangolo, & e quasi 616 $\frac{1}{3}\frac{8}{0}\frac{5}{8}$. che giunta alla grandezza del capotagliato b e q l, la somma 1034 $\frac{3}{5}$. in circa sarà la grandezza della total figura e b m l q.

Et quando non si potesse andare dentro al quadrilatero, ma solo di fuori, & intorno, potressimo imaginato allungato vno delli suoi quattro lati quale ci piaccia, o venga comodo, Fig. 17. poniamo l'r a, in g, dal g. tirare vna retta lino all'angolo t, potendo, o fino al lato a t, doue si vogli poniamo in l, & dall'angolo r, intesa venire vna retta fino al punto l, si trouarà la lunghezza d'essa con artificio de numeri, nel modo mostrato; cioe hauendo già note per la misuratione loro le tre rette che formano il Triangolo esteriore l a g, & intesa base d'esso la g a, che è nella dirittura della a r, (quale a r, si intenda base del Triangolo l a r, che hà la sua cima nel punto istesso l,) dalla cima l, imaginata alla sottotendente base tirata vna perpendicolare, & sia l s, trouaremo quanto ella cade lontano dal punto angolare g, cioe quanto sia il caso maggiore g s, & cauatolo dalla g r, sapremo la lunghezza della retta s r, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare l s, della somma presa la radice, ella sarà la r l. Di poi imaginata la diagonale r t, o diametro del quadrilatero, considerando il Triangolo r a l, ciascuno de i tre lati del quale è noto, & intesa base la a l, che è sù la retta a t, dalla cima r, tirata la perpendicolare r o, si troui quanto sia lontano il pũto o, dall'angolo l, cioe quanto sia la lunghezza del caso l o, & giuntala alla l t, nota, si saprà la lunghezza della t o, che fa angolo retto con detta r o, però della somma de' quadrati di esse t o, o r, presa la radice quadra ella sarà la lunghezza cercata del diametro r t.

Et se nel quadrilatero si tirasse vna retta a beneplacito, che legasse i dui lati contrapositi, come si vogli, & sia c d, se ne tiraremo vn'altra che leghi questa, & vno de i lati a lei angolari Fig. 18. doue si vogli, & sia m u, misurando tutte esse rette, & parti loro, potremo poi mediante i tre lati noti del Triangolo d m u, venire in cognitione della sua altezza, o perpendicolare che dalla cima peruenga alla base d u, & le parti d'essa base, o casi, & perciò la distanza d'essa perpendicolare a ciascuno delli dui punti n, & t, & poi ancora la e n, ouero la c n, ouero la c t, & finalmente il diametro a n, ouero l'r t.

Et se nel quadrilatero haueremo noti i suoi quattro lati, & vno de i diametri, poniamo le a d, potremo con l'artificio de numeri trouare l'altro diametro t b, che mediante i tre lati noti del Triangolo t a d, trouaremo il caso d c, & però la restante c a, Et mediante i tre lati noti del Triangolo d a b, trouaremo il caso n a, & però sapremo la e n, Et considerati i dui Triangoli rettangoli t e r, b n r, che hanno ancora gl'angoli all'r, contrapositi, & però eguali, Fig. 19. conosceremo che essi sono equiangoli, & però di lati proportionali, onde la proportione della base e r, alla base r n, e come dall'altezza t e, all'altezza b n, perilche diuisa la totale e n, in due parti che habbino la proportione di t e, à b n, l'vna sarà la e r, & l'altra la r n, perilche poi mediante t e, & e r, sapremo la subtensa t r, & mediante b n, & n r, sapremo la subtensa b r, & consequentemente la totale t b.

Si conosce ancora che nel quadrilatero hauendo noti i dui diametri, & tre de suoi lati, si può cõ l'artificio de numeri trouare la lunghezza dell'altro lato, & sia il c d, che se oltre alla notitia de diametri e m, a d, haueremo note ciascuna delle sue quattro parti, facilmente trouaremo esso lato e d, Perche inteso il Triangolo a c s, de i suoi tre lati noti, & preso per base la a s, trouaremo la sua altezza, o perpendicolare c n, & la lunghezza del caso n s, al quale giunto la s d, nota sapremo la n d, il quadrato della quale giunto al quadrato della à lei perpendicolare Fig. 20. c n, la somma sarà il quadrato della sottotendente li c d, onde la radice d'essa somma sarà la longhezza cercata della c d. Et in questo caso, quando ancora non sapessimo la lunghezza del lato a m, ne meno dell'm d, pur che ci sia nota la lunghezza d'vn solo lato, & di ciascuna delle quattro parti de i dui diametri, potremo trouare la lunghezza di ciascuno de gl'altri tre lati. Che hauendo noto il lato c a, esso mediante, & le tre parti a s, s d, s c, de i diametri trouaremo il lato c d, (come s'è detto) Ancora considerato il Triangolo c s d, di lati noti presa per base la c s, trouaremo la sua altezza d t, & il caso maggiore c t, ouero il minore s t, (fuori della base,) & presa la differenza di essa s t, alla parte s m, nota del diametro c m, restarà nota la t m, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare t d, la somma sarà il quadrato della m d, perilche la rad. d'essa somma sarà la lunghezza del lato d m, Di piu per trouare la lunghezza del restante lato m a, similmente considerato il Triang. che hà vn lato in linea retta con vn lato del Triangolo a m s,

del

del quale detta a m.è vno de' lati; cioe confiderato il Triangolo d s m, (ouero l'a e s,) di tre lati noti, presa per base la d s, che è in linea retta con s a, vno de' lati del Triangolo a m s, dalla oppostoli cima m. imaginaremo la perpendicolare m q, & trouaremo la sua lunghezza, & la lunghezza del caso q s, quale giungeremo alla s a, nota, & haueremo la q a, al quadraro della quale giougeremo il quadrato della perpendicolare m q, & della somma si pigliarà la radice, che essa radice darà la lunghezza del lato a m, (che se ci seruissimo del Triangolo a e s, (che hà il lato e s, in linea retta con s m, vno de' lati del Triangolo a s m, nel quale è per lato la a m, cercata) presa per base la e s, dalla cima a, se li imaginaria tirata la perpendicolare a g, la lunghezza della quale si trouaria mediante i tre lati noti e a, a s, s e, & ancora si trouaria il caso e g, ouero il g s, & consequentemente la lunghezza di g m, che fa angolo retto con la perpendicolare g a, per ilche saria ancora nota la a m, sottotendente ad esso angolo retto:) Onde di due linee poniamo a d, e m, che si seghino fra loro saputo le quattro loro parti, & la distanza che è da vn termine dell'vna ad vn termine qual si vogli dell'altra, poniamo da m, à d, si può trouare qual si vogli dell'altre tre distanze, che sono da i termini dell'vna a i termini dell'altra.

Fig. 21.

Ancora se del quadrilatero haueremo noti dui lati, ciascuna delle due parti dell'vn diametro, & l'altro diametro totale, potremo trouare ciascuno de gl'altri dui lati, & ciascuna delle due parti dell'altro diametro: Perche essendo i dui lati noti poniamo a e, a m, Se il diametro del quale ciascuna delle due sue parti e nota sia il sottotendentali e m, all'hora considerato il Triangolo m a e, formato da essi dui lati, & diametro di parti note, & intesa base esso diametro trouaremo la perpendicolare a r, & il caso e r, ouero r m, mediante il quale, & la notitia della parte e s, ouero della s m, sapremo la differenza r s, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare a r, la radice della somma sarà la a s, parte del diametro a d; onde cauatala da esso totale a d, diametro noto, douentarà nota la sua restante parte s d, con la cognitione delle quali parti, & cetera, si trouarà la lunghezza delli lati m d, e d, nel modo già mostrato.

Fig. 22.

Ma se hauendo noti i medesimi dui lati e a, a m, sapremo le due parti non del diametro e m, sottotendenteli, ma le due parti del diametro a d, sapendo ancora il totale e m, all'hora considerato pure il Triangolo m a e, di tre lati noti, & preso per base il diametro totale noto e m, trouaremo la sua perpendicolare a r, il quadrato della quale si cauarà dal quadrato di a s, nota, & la radice del restante sarà la r s, quale giunta al caso e r, che si hauerà noto la somma sarà la parte e s, del diametro e m, & però sarà ancora nota la restante parte s m, onde haueremo note le quattro parti de i dui diametri, & dui lati, però gl'altri dui lati ancora si potranno trouare facilmente nel modo mostrato.

Ma quando non hauessimo note distintamente le quattro parti de i diametri, ma solo ciascun diametro totale, & tre lati, noi potressimo venire in cognitione dell'altro lato, & di ciascuna delle quattro parti de i dui diametri, con l'aiuto dell'Algebra, che per esempio nel quadrilatero e o r d, dati i tre lati e o, 16. o r, 44. & r d, 36. & ancora il diametro e r, 60. & l'o d, 64. noi considerato vn Triangolo contenuto da dui lati noti, & dal diametro sottotendenteli, poniamo il Triangolo o r d, & inteso per base il diametro o d, sopra ad esso dalla cima r, imaginata la perpendicolare r t, per trouare quanto ella cade lontano dal segamento s, poneremo che essa distanza t s, sia 1. cosa, & considerato il Triangolo r o d, di lati noti, preso per base la o d, sù la quale è la s t, dalla cima r, imaginata la perpendicolare r t, trouisi la sua lunghezza, che è radice 567. & ciascuno de i casi o t, t d, che o t, e 37. & t d, 27.

Fig. 23.

Ancora considerato il Triangolo e o r, che hà per base l'altro diametro e r, & i dui lati e o, o r, noti dalla cima o, imaginisi la sua perpendicolare o i, & si troui la sua lunhgezza, & ciascuno de i doi casi, che la perpendicolare è radice 295 $\frac{3}{4}$. il caso e i, 19 $\frac{1}{2}$. & l'i r, 40 $\frac{1}{2}$. Questo fatto venendo alla operatione Algebratica posto s t, 1. cosa, il suo quadrato 1. censo si giunga al quadrato di r t, nota, qual quadrato e 567. & la somma 1. censo piu 567. sarà il quadrato di s r, prò essa s r, sarà radice L, 1. censo piu 567. L. Onde cauatala da i r, che sappiamo essere 40 $\frac{1}{2}$. il restante cioe 40 $\frac{1}{2}$. meno radice L, 1. censo piu 567. L, sarà la sola i s, il quadrato della quale con il quadrato di o i, continente angolo retto con essa, douerà formare il quadrato della o s, sottotendente a detto angolo retto o i s, ma il quadrato di o i, sappiamo essere 295 $\frac{3}{4}$. che con il quadrato di i s, fa 2503. piu 1. censo meno (radice L, 1. censo piu 567. L, volte 81.) & questo e il quadrato di o s, Questa o s, sappiamo ancora essere quello che resta a cauare t s, posta 1. cosa dalla totale t o, trouata essere 37. perilche o s, restaria 37. meno 1. cosa il quadrato della quale perciò è 1369. meno 74. cose piu 1. censo; perilche egli viene ad essere eguale alla quantità sopradetta già trouata, che seguendo questa equatione alla quale siamo peruenuti, come si vede in margine trouaremo, che la cosa vale 138 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{1}$. Et ancora 16 $\frac{1}{5}$. (che in questa equatione di censo, & numero eguale a cose, la cosa hà due valute,) ma nel nostro caso la 1. nô può valere il 138 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{1}$. Cioè la valuta maggiore 138 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{1}$.

F non

non può seruire al nostro quesito, perche essendo la tota e o t, 37. la sua parte s t, posta 1. cosa conuerrà essere manco di 37. Onde l'altra valuta minore 16 $\frac{1}{5}$. sarà a nostro proposito, & così diremo la s t, essere 16 $\frac{1}{5}$, onde la o s, (restante della o t, 37.) sarà 20 $\frac{4}{5}$. & la s d, sarà 41 $\frac{1}{5}$. Conosciuto la o s, essere 20 $\frac{4}{5}$, dal suo quadrato 462 $\frac{16}{25}$, cauaremo 295 $\frac{3}{4}$. quadrato della o i, & il restante 136 $\frac{89}{100}$. sarà il quadrato della i s, però essa i s, verrà ad essere radice 136 $\frac{89}{100}$. cioe 11 $\frac{7}{10}$. & questo giunto alla e i, 19 $\frac{1}{2}$. fa 31 $\frac{1}{5}$. che è la lunghezza della parte e s, del diametro e r, 60. però l'altra parte s r, sarà 28 $\frac{4}{5}$ Et ben si vede per altra strada (giungendo il quadrato di s t, 16 $\frac{1}{5}$. con il quadrato di t r, radice 567. cioe giongendo 262 $\frac{11}{25}$. con 567. che fa 819 $\frac{11}{25}$. per il quadrato di r s, la radice del quale 819 $\frac{11}{25}$. è 28 $\frac{4}{5}$.) che essa s r, deue essere questo 28 $\frac{4}{5}$. che si conclude con la operatione Algebrica dal che siamo sicuri d'hauere operato bene. Hora nel Triangolo e s o, hauendo noto i dui lati e s. s o, & la base s o, trouaremo l'altezza e g. perpendicolare ad essa base, & il caso s g, al quale giunto la s d, haueremo noto la d g. mediante la quale, & la à lei perpẽdicolare g e, trouaremo le e d, cercata, poiche essa e d, sarà la radice della somma de' quadrati di d g, & g e, Se mò lo Studente andarà considerando li dui Triangoli rettangoli o e s, r t s, che hanno ancora gl'angoli all's. eguali fra loro perche sono contraposti de i dui diametri e r. o d, che si segano in detto pũto s, conoscerà che perciò ancora l'altro angolo i o s, dell'vno è di necessità eguale all'altro angolo t r s, dell'altro, perilche essi dui Triãgoli simili fra loro sono di lati proportionali, Onde come è dal l'altezza o i, all'altezza r t, così sarà dalla base i s, alla base t s, & dalla subtẽsa s o, alla subtensa s r, Et così sapremo le quattro quãtità i s, t s, s o, s r, essere pro-

e r, 60. c o, 26.
e d, 64. o r, 44.

somma. 70.
differenza. 18.

e r, 60 | 1260.

auenimento 21.

la mità è 10 $\frac{1}{2}$.
mità di e r, 30.

i r, 40 $\frac{1}{2}$.
i e, 19 $\frac{1}{2}$.
quad. di e o, 676.
quad. di e i, 380 $\frac{1}{4}$.

quad. di o i, 295 $\frac{3}{4}$.
o i, radice 295 $\frac{3}{4}$.

o r, 44.
d r, 36.

somma 80.
8.

e d. 64. | 640.

ne viene. 10.
la mità è 5.
mità di o d, 32,

o t, 37.
t d, 27.
quad. di r d, 1296.
quad. di t d, 729.

quad. di r t, 567.
r t, rad. 567.

S t, 1. ꝯ. suo quad. 1. ꝣ
quad. di r t, 567.

quad. di s r, 1. ꝣ. p̃, 567.
s r, rad. L, 1. ꝣ p̃ 567. L,

o t, 37. s t, 1. cosa; però o s, è 37. meno 1. cosa il quad. di o s, sarà 1369. meno 74. ꝯ p̃, 1. ꝣ,

i s, 40 $\frac{1}{2}$. meno rad ce radice L, 1. censo piu 567. L,
quad. di i s, 1640 $\frac{1}{4}$. piu 1. censo piu 567. meno (rad. L, 1. censo p̃, 567. L, volte 81.)
quadlato di i o, 295 $\frac{3}{4}$.

quadrato di o s, 2503. piu 1. censo meno (radice L, 1. censo piu 567. L, volte 81.) eguale à 1369. meno 74. cose piu 1. censo;
Cioe 74 cose piu 1134. eguale a radice L, 1. censo piu 567. L, volte 81.
però $\frac{74}{81}$. cose piu 14. eguale a radice L, 1, censo piu 567. L, Et quadrando ciascuna parte

$\frac{5476}{6561}$. censi piu 25 $\frac{47}{81}$. cose piu 196. Sarà eguale à 1. ꝣ. p̃, 567.
Cioe 25 $\frac{47}{81}$. cose eguale à $\frac{1085}{6561}$. censi p̃, 371.
2071.
Cioe 167832. cose eguale à 1085. censi piu 2434131.
Cioe 23976. cose eguale à 155 censi piu 347733.
Cioe $\frac{23976}{155}$. cose eguale à 1. censo piu $\frac{347733}{155}$.

1036.
6561. 12 $\frac{64}{81}$.
45927. 25 $\frac{47}{81}$.
$\frac{10683}{243131}$.

11988
11988

107892
31868
1054944

143712144

155. via 155.

1718665.
5215995.

si caua. 53898615.
da 143712144.

resta 89813529.
. . . .

la radice è 9477.

145

1326.

155. esimi che si giunge, & caua alla mità del numero delle cose; cioe à 11988. 155. esimi, & ne resultano $\frac{21465}{155}$.

[illegible] & [illegible] cioe [illegible] & [illegible] cioe 138 [illegible] & 16 $\frac{1}{5}$. che sono le due valute che può hauere la cosa.

portionali, & nella proportione di

o i, radice 295 $\frac{3}{4}$. ad r t, radice 567. cioe (schisando per radice 7) da radice 42 $\frac{1}{4}$. a radice 81. cioe di 6 $\frac{1}{2}$. a 9. o vogliamo dire di 13. a 18. Ma in esse quattro quantità proportionali sappiamo ancora che la somma delle i s, s r, prima, & quarta è 40 $\frac{1}{2}$. (che esse compongono il caso i r, nel Triãgolo o c r,) & che la somma delle r s, s o, seconda, & terza è 37. (che esse compongono il caso t o, nel Triangolo o r d.) onde per trouare la lunghezza di ciascuna d'esse separatamente potremo seruendoci della fida scorta dell'Algebra porre che la prima i s, sia 1. cosa, perilche la seconda r s, douerà essere 1 $\frac{5}{13}$. cose (poiche la proportione della prima alla seconda, o della terza alla quarta deue essere come da o i, ad r t, che è come da 13. a 18) Ouero per schiuar rotti ponendo, che la prima sia 13. cose, la seconda douerà essere 18. cose: Et cauando la prima 13. cose dalla somma della prima, & quarta, cioe da 40 $\frac{1}{2}$. il restante 40 $\frac{1}{2}$. meno 13 cose verrà ad essere la quarta; Ancora cauando la seconda 18. cose da 37 somma della seconda, & terza il restante 37. meno 18. cose sarà la terza, ma di quattro quantità proportionali il prodotto della prima nella quarta è sempre eguale al prodotto della seconda nella terza; però moltiplicando 13. cose prima via 40. $\frac{1}{2}$. meno 13. cose quarta il prodotto 526 $\frac{1}{2}$. cose meno 196. censi, douerà essere eguale a 666. cose meno 324. censi, che è prodotto da 18. cose seconda in 37. meno 18. cose terza; Onde essendo peruenuti a questa equatione accomodando il meno, & leuando le quantità minori dalle a loro simili, haueremo 155. censi eguale à 139 $\frac{1}{2}$. cose; cioe 310. cose eguale a 279. che la cosa valerà $\frac{279}{310}$. cioe $\frac{9}{10}$. Onde la prima quantità i s, posta 13. cose sarà $\frac{117}{10}$. cioe 11 $\frac{7}{10}$. la seconda 18. cose sarà 16 $\frac{1}{5}$. la terza che fu 37 meno 18. cose sarà 37. meno 16 $\frac{1}{5}$. cioe 20 $\frac{4}{5}$. Et la quarta che fu 40 $\frac{1}{2}$. meno 13. cose sarà 40 $\frac{1}{2}$. meno 11 $\frac{7}{10}$. cioe 28 $\frac{4}{5}$.

Ma per estrahere più comodamente la Regola numerale dall'operare Algebrico, si potrà porre, che delle quattro quantità proportionali dette, la prima sia 1. cosa, che la seconda sarà 1. $\frac{5}{13}$. cosa la terza 37 meno 1 $\frac{5}{13}$. cosa, & la quarta 40 $\frac{1}{2}$. meno 1. cosa. che così il prodotto della prima nella quarta sarà 40 $\frac{1}{2}$. cose meno 1. censo. Et il prodotto della seconda nella terza, che a questo conuiene essere eguale sarà 51 $\frac{3}{13}$. cosa meno 1 $\frac{155}{169}$. censo, onde accomodato il meno, & leuati i superflui haueremo $\frac{155}{169}$. censi eguale a 10 $\frac{19}{26}$. cose, Et schisato, o partito per 1. cosa si ridurrà a $\frac{155}{169}$. cose eguale a 10 $\frac{19}{26}$. che partito il numero 10 $\frac{19}{26}$. per $\frac{155}{169}$. numero delle cose, l'auenimento 11 $\frac{7}{10}$. sarà il valore della cosa, & perciò le quattro quantità poste 1. cosa, 1. $\frac{5}{13}$. cosa 37. meno 1 $\frac{5}{13}$. cosa. Et 40 $\frac{1}{2}$. meno 1. cosa saranno 11 $\frac{7}{10}$. 16 $\frac{1}{5}$. 37. meno 16 $\frac{1}{5}$. Et 40 $\frac{1}{2}$. meno 11 $\frac{7}{10}$. Cioe la prima 11 $\frac{7}{10}$. la seconda 16 $\frac{1}{5}$. la terza 20 $\frac{4}{5}$. & la quarta 28 $\frac{4}{5}$. Qui mò si vede che nel fine dell'Equatione il 10 $\frac{19}{26}$. numero d'essa è sempre la differẽza A, che si troua fra 40 $\frac{1}{2}$. somma della prima, & quarta a 51 $\frac{3}{13}$. che nasce a moltiplicare 37. somma della seconda, & terza via 1 $\frac{5}{13}$. D, denominatore della proportione che è dalla seconda alla prima, o dalla quarta alla terza, o vogliamo dire via 1 $\frac{5}{13}$. D, che si troua partendo la seconda per la prima, o la quarta per la terza, Et il $\frac{155}{169}$. numero delle cose è sempre la differenza B, che si troua fra il quadrato del denominatore D detto alla vnità, con la quale differenza B, partita la A, l'auenimento è sempre la prima delle quattro quantità, onde si potrà dire.

Data la somma della prima, & quarta, Et la somma della seconda. & terza di quattro quantità proportionali, Et il denominatore della proportione della prima alla seconda, si possono trouare esse quattro quantità distintamente Regola. Con il conuerso D, del denominatore dato della proportione che è dalla prima alla seconda (qual conuerso è sempre quello che nasce a partire la vnità per esso denominatore, che perciò il conuerso poniamo di 3 $\frac{1}{2}$. denominatore della proportione tripla sesquialtera è $\frac{2}{7}$. che nasce a partire la vnità per esso 3 $\frac{1}{2}$. o $\frac{7}{2}$. cioe è $\frac{2}{7}$. rotto conuerso al $\frac{7}{2}$ & esso $\frac{2}{7}$. è il denominatore della proportione subtripla sesquialtera conuersa alla detta tripla sesquialtera) si moltiplichi la somma della seconda. & terza, & poi si troui la differenza che è dal prodotto alla somma della prima, & quarta qual differenza si chiami A, Ancora si moltiplichi in se stesso il conuerso detto D, & si troui la differenza che è dal propotto, o suo quadrato alla vnità, & essa differenza si chiami B, con la quale si parta la differenza A, che l'auenimento sarà la prima quantità, mediante la quale si faranno notte le tre seguenti. Per essempio essendo 70. la somma della prima, & quarta, Et 110. la somma della prima, & terza, Et 2. il denominatore della proportione della prima alla seconda, Il conuerso D, di questo 2. è $\frac{1}{2}$. con il quale si moltiplichi 110. somma della seconda, & terza, & produce 55. quale è differente da 70. somma della prima, & quarta in 15. che si chiama A. Ancora si quadri il D, $\frac{1}{2}$. & fa $\frac{1}{4}$. la differenza del quale alla vnità è $\frac{3}{4}$. che si chiama B, con questo $\frac{3}{4}$. B, si parta 15. A, & viene 20. qual 20. è la prima quantità, però la quarta sarà il restante fino a 70. cioe sarà 50. Et perche il denominatore della proportione della

prima

prima alla seconda è 2.cioe a parti e la prima per la seconda ne viene 2 conuersamente a partir la prima 20.per questo denominatore 2. ne douerà nascere la seconda, ma a partire 20 per 2.ne viene 10 però ella sarà 10.onde la terza sarà il restante fino a 110.cioe sarà 100. Si può mò auuertire,che dicendosi, Di quattro quantità proportionali la somma della prima & quarta è 70. Et la somma della seconda,& terza è 110 domando esse quantità. Il quesito può hauere quante risposte ci piacera,perche non ci essendo dato il denominatore della proportione,che sia dalla prima alla seconda,noi ce no potiamo supponere quanti vogliamo a nostro beneplacito, Et si può notare che quando la somma P,della prima,& quarta fusse eguale alla somma S,della seconda,& terza,all'hora(sia il denominatore D, della proportione che è fra la prima, & seconda qual si vogli) la seconda di esse quattro quantità sarà eguale alla quarta, & la terza sarà eguale alla prima, onde ancora la somma della prima,& seconda sarà eguale alla somma della terza, & quarta,& ciascuna d'esse due somme sarà eguale alla somma delle estreme, & perciò ancora alla somma delle medie.

Ancora quando d'vn quadrilatero si hauessero noti tre lati,& due rette che segassero essi tre lati,o partendosi da vn'istesso punto e,(come occorre delle due e r, e m, nella figura G,) o da dui diuersi(come fanno le due e r, s m nella figura H,) hauēdo ancora note le parti di ciascuno d'essi tre lati,si potrà pure trouare la lunghezza dell'altro lato che non si potesse misurare,& di ciascuno de i suoi dui diametri,Che nella figura G o,nella H,mediante il Triangolo a e r, di lati noti,& la parte r g,si trouarà la retta e g. Et mediante il Triangolo e a g di tre lati noti,& la parte e d Fig.24. si trouarà il diametro d g Ancora mediante il Triangolo e d m,nella figura G, o dell's d m,nella figura H, di tre lati noti, & la parte m n, si trouarà la retta s n, Et mediante il Triangolo n d s di tre lati noti, & la s a, si trouarà il diametro a n, Con la notitia mò delli tre lati del quadrilatero, & dui suoi diametri si potrà trouare l'altro lato g n, in altro modo ancora che nel già mostrato,& sarà che cosiderati i dui Triangoli di tre lati noti, & base comune che sono a d n, a d g, nell'vno mediante i suoi tre lati noti si trouarà l'altezza n q, & il caso q a, Et nell'altra si trouarà l'altezza equidistante alla n q,già trouata,cioe la g x,& il caso x d,& perciò essendo note x a,a d,& d q,sarà nota la x q,alla quale dalla cima g, dell'altezza minore delle due trouate imaginata tirata la equidistante g p,finche arriui all'altezza n q, & sia in p, acciò la p q,sia eguale alla g x,nota(come cfia g p, sarà eguale alla x q, nota) ci sarà noto il restante p n, onde mediante i dui lati g p,p n,del Triangolo rettangolo g p n, si trouarà la subtensa g n, che è l'altro quarto lato del quadrangolo.

✱ Sappia lo Studente che Claudio Tolomeo Alessandrino circa al principio del primo libro del suo Almagesto,o gran compositione mostra come. Dati i tre lati,& dui diametri del quadrilatero si troui l'altro lato,o Dati i quattro lati,& vn diametro si troui l'altro diametro,supponendo che esso quadrilatero sia inscritto in vn cerchio,o vogliamo dire che esso quadrilatero sia tale che intorno se gli possa circonscriuere vn cerchio, la circonferenza del quale tocchi ciascuno dei suoi quattro angoli, che all'hora si dimostra esso quadrilatero acquistare questa proprietà, che il dutto de i suoi dui diametri è quanto la somma de i dui dutti che si fanno l'vno dal primo lato nel terzo suo opposito, & l'altro dal secondo lato nel quarto suo opposito. Qui mò egli hà veduto che senza che il quadrato habbi questa qualità d'essere inscrittibile in vn cerchio ; cioe essendo egli formato come si vogli si possa pure mediante la notitia di cinque delle sei linee dette(che sono i quattro lati,& dui diametri)trouare l'altra ; Et come questa dottrina si possa applicare vtilmente,o comodamente alle ordinarie, & frequenti misurationi delle Terre, & il tutto con l'aiuto dell Algebra.

Ancora con l'occasione dell'hauer trattato delle misure delle Terre, voglio di più per far cosa grata,& gioueuole alli Agrimensori,& altri mostrarli come artificiosamente si troui la lunghezza d'vn lato del Triangolo quale non si potesse misurare, o come si troui la grandezza del Triangolo del quale non si potesse misurare alcuna delle sue perpendicolari, o altezze, ne meno tutti i suoi lati.

Del Triangolo a e r,è impedito il lato a e,che non si può misurare,& ancora dentro ad esso Triangolo vi è Palude,fango,o Colle che leua il poterne trouare l'altezza, o perpendicolare che venga ne dall'a, ne dal e, Et oltre di ciò supponiamo che non si habbi Squadro, o instromento alcuno, Noi nondimeno potremo sapere ogni cosa con artificio cosi ; Misurisi il lato a r,& sia Fig.25. 84.& il lato r e,& sia 92.di poi segnati dui punti sul lato r a,l'vno, & sul lato r e, l'altro,& siano s, t, distanti dall'r, vn numero di misure a beneplacito, poniamo r s,12. & rt,16. (che quanto piu lunghe saranno esse r s. & r t, tanto più ci accostaremo alla diligente precisione della operatione,poiche arriuare ad essa precisione nelle operationi humane è impossibile) ma in al luogo sempre siano li punti s,& t,che si possa con diligenza misurare la loro distanza s t,& sia $19\frac{1}{5}$.

Hora

Hora nel Triangolo piccolo s t r, di lati noti si troui la perpendicolare dall's, & sia s o, misure A, & il caso r o, & sia misure B, Et imaginata nel gran Triangolo dall'a, la perpendicolare a u, che sarà equidistante alla s o, sapremo li dui Triangoli rettangoli s or, a u r, essere simili, & però la proportione di r o, ad r u, & di o s, ad u a, sarà come di r s, ad r a, ma r s, hora è ad r a, come 12. a 84. cioe e nota la proportione di r s, ad r a, però note saranno l'altre due, onde perciò essendo noti li antecedenti loro s, o, r o saranno ancora noti i consequenti a u, perpendicolare del Triangolo, & r u, onde cauato r u, noto da r c, noto restarà noto u c, che fa angolo retto con la detta perpendicolare u a, fatta nota; però essa mediante haueremo notitia della subtensa a c, cercata, Et consequentemente della grandezza del Triangolo, o mediante i tre lati, o con la perpendicolare a u, & base r c.

Ma noti l'accorto Geometra, che quando ancora non potesse entrare dentro al Triangolo a cr, ne perciò misurare la retta t s, dentro ad esso. Egli può allungando con paline (come si suol dire) o come gli venga comodo le due rette a r, c r, formarsi il Triangoletto s r t, fuori del gran de, misurando sù l'allungamento r s, poniamo 16. misure, & sù l'r t, poniamo 12. misure, & tirata, o imaginata la distanza s t, misurarla diligentemente, & sia 19 $\frac{1}{5}$. Questo fatto, perche l'angolo r, del Triangoletto esteriore è eguale all'angolo r, a lui contraposito del Triangolo grande noi fingendo, che la r s, del piccolo sia riuoltata sù la r c, (ouero r a,) del grande, & l'angolo r, del piccolo si vnisca con l'angolo r, a lui eguale del grande sapremo che la r t, del piccolo si riuoltarà sù la r a, (ouero r c,) del grande, & così il Triangolo piccolo formato di fuori potremo considerarlo, o adoprarlo come se fusse formato di dentro, anzi verrà ad essere formato di dentro al Triangolo grande, & ci sarà nota la t s, in esso essere 19 $\frac{1}{5}$. & mediante questo Tringolo piccolo verremo incognitione della a c, o dell'altezza, & della grandezza del Triangolo, come ci piacerà. Anzi di più si vede che hauendo già noto nel Triangolo grande li dui lati a r, c r, essere 84. & 92. se allungandoli di fuori faremo li dui lati del Triangolo piccolo esteriore egualmente submultiplici a nostro comodo, o proportionali ad essi dui lati del grande poniamo subottupli facendoli essere l'vno misure 10 $\frac{1}{2}$. & l'altro misure 11 $\frac{1}{2}$. & misurata poi la C A, che congiunge essi dui lati del Triangolo piccolo esteriore, & sia misure M, perche questo Triangolo piccolo e simile al grande (che l'angolo r, dell'vno è eguale all'angolo r, a lui corispondente dell'altro, & i lati dell'vno continenti esso angolo r, sono proportionali a i dui lati loro corispondenti dell'altro) sapremo che ancora la retta A C, misure M, sarà similmente subottupla alla retta a c, a lei corispondente del Triangolo grande; cioe che nella proportione subottupla, o vogliamo dire denominata da $\frac{1}{8}$. la A C, e antecedente douendo essere la a c, suo consequente, onde partendo esso antecedente A C, misure M, per $\frac{1}{8}$. denominatore della proportione che hà esso antecedente al suo consequente, & ne viene P, questo P, sarà il consequente a c, (Ne importa che la misura adoprata a misurare i lati r a, a c, che sia poniamo pertiche, o canne si adoperi ancora à misurare i tre lati del Triangoletto esteriore, ma questa può essere qual si vogli altra poniamo piedi, o braccia, o altra à caso solo si auuertisca che partito poi il numero di questa misura a caso trouato essere la subtensa all'angolo r, nel Triangoletto per il denominatore detto della proportione presa, l'auenimento P, sarà il numero della a c, nelle misure istesse; cioe pertiche, o cāne che si sono adoprate a misurare i dui lati r a, r c, del Triangolo grande. Ne occorre che realmente le linee r C, r A, del Triangolo piccolo siano poniamo subottuple alli lati, o linee r c, r a, del Triangolo grande, che solo basta che i numeri poniamo delli piedi, o misura a caso d'esse r C, r A, siano subottupli a i numeri delle pertiche, o canne delli lati r c, r a,) ouero se formato di sopra di fuori il Triangoletto s r t, di lati 16. 12. & 19 $\frac{1}{5}$. noi diligentemente lo riportaremo in carta, con vna scaletta di misure diligente per hauere con diligenza l'ampiezza dell'angolo r, & allungaremo poi li lati r s, r t, al numero delle misure delli lati r a, r c, del Triangolo grande, o alla mità, ò a l'$\frac{1}{4}$. ò alli $\frac{2}{3}$. o in altra proportione ad essi numeri delli lati a beneplacito, & congiungeremo poi essi lati così formati con vna retta, ella ancora hauerà la istessa proportione presa alla retta a c, del Triangolo grande; però ella mediante misuratala con la scaletta sapremo la lunghezza della a c. Et così senza calcolo di numeri tutto quello che vorremo sapere nel Triangolo grande, potremo misurando con il compasso trouarlo nel Triangolo formato in carta, Se bene stabiliti i tre lati del Triangolo grande, all'hora. & l'altezza, & la grandezza, & ogn'altra linea che in essa ci piacesse sapere, si potrà trouare esquisitamente con l'artificio de' numeri, Et nel Triangolo di carta con il compasso le distanze, o rette che si cercassero si sapriano solamente propinque al vero, quando vi occorressero rotti, o numeri irrationali; perche la diligenza del compasso non può mostrare queste minutie, & esquisitezze, onde solo seruirà alle risposte Pratiche, & ordinarie che si vsano nel misurare i Terreni in pratica.

Fig. 26.

Et se del sito, o bosco, o monte, o Palude, o altro Triangolare a T p, non si potesse misurare manualmente se nō il lato a T, noi nondimeno cō artificio potremo trouare la lunghezza di ciascuno

G de

de gl'altri dui lati, & conſequentemente la gradezza del Triangolo ſenza aiuto d'alcuno Inſtromento coſi. Suppoſito che dalli eſtremi a T, del lato a T, ſi poſſa entrare alquāto dentro al Triangolo, & arriuare in qualche luogo del lato a p, & ancora del T p, & fuori ancora alquanto d'eſſo T p, accadendo, Noi dall'angolo a, nel lato a T, ſegnato il punto t, lontano dall'a, à beneplacito, poniamo 6. miſure di che ſorte ſi vogli, & ancora nell'a p, il punto r, lontano dall'a, poniamo 3. delle iſteſſe miſure, miſuriſi ancora diligentemente la tranſuerſale r t, & ſia trouata 5. poi eſſendo nell'angolo T, sù per la T a, ſi ſegnino 6. miſure; cioe quanto è il numero della t a, ſuperiore, o della iſteſſa qualità di miſure che quelle, o d'altra ſorte S, à beneplacito, Et poi preſi dui ſpaghi, o fili, o corde forti, o altro a propoſito l'vna ſi facci lunga 3. d'eſſe miſure S, quanto è il numero di a r, & l'altra 5. quanto è il numero di t r, & ſtando la 3. ſul punto A, con vn capo, & la 5. ſul punto T, con vn capo ſi allunghino con l'andare di due perſone che habbino in mano gl'altri dui capi, & corde, vna cioe per perſona, di modo che ſtando elle tirate conenientemēte gl'altri dui capi d'eſſe ſi vniſchino inſieme verſo il Triangolo a T p, & ſia che ſi vniſchino in R, facendo il Triangoletto A T R, che ſarà l'iſteſſo, o ſimile all'iſteſſo, & nell'iſteſſo modo poſto, che il Triangoletto ſuperiore a t r, onde conſideratele due rette a r, A R, ſopra alle quali cade la a T, & occorre l'angolo A T R, eſtrinſeco eſſere eguale al t a r, intrinſico dall'iſteſſa parte, ſapremo eſſe due rette eſſere equidiſtanti fra loro; cioe la tirata A R, eſſere equidiſtante al lato a p, del Triangolo; hora, o che queſta A R, arriua con il punto R, al lato T p, ò che non vi arriua, ò che lo ſega, Se vi arriua (il che ſarebbe gran ſorte) perche nel Triangolo a p T, la A R, equidiſtante alla baſe a p, ſega i lati a T, p T, ella gli ſegarà proportionalmente; cioe tal proportione ſarà da T a, ad A a, quale da T R, ad R p, o vogliamo dire perche la A R, è equidiſtante alla a p, il Triangoletto R T A, ſarà ſimile al Triangolo p T a, onde ſe il lato T a, ſarà poniamo 90. pertiche, mediante la A T, 6 miſure, & le A R, R T, 3. miſure, & 5. miſure conoſceremo a p, douere eſſere pertiche 45. & p T, pertiche 75 Ma ſe il punto R, non arriuaſſe al lato T p, all'hora la A R, ſi allunghi finche vi arriui, & ſia in P, che coſi ancora la A P, ſarà equidiſtante al lato a p, & il Triangoletto A P T, ſarà equiangolo, & però ſimile, & ſimilmente poſto al Triangolo a p t, onde miſurati A P, & T P, & ſiano 7. & 8. delle miſure delle quali A T, è 6. queſti mediante, & con la cognitione del lato a T, che è pertiche 90. conoſceremo il lato a p, eſſere pertiche 105. & il T p, pertiche 120,

Fig. 27.

Et ſe allungando la A R, equidiſtante alla a p, ella arriuaſſe ſul lato T p, tanto lontano dall'angolo T, che non vi ſe poteſſe andare, ne miſurare, ò non ſi poteſſe miſurare poi quel pezzo di lato T p, noi potremo nel Triangoletto T A R, ſegarne vn'altro poniamo il T s o, a lui ſimile, & ſimilmente poſto, il che ſi farà pigliando la T o, che ſia tal parte, o parti della T R, quale faremo eſſere la T s, della T A, che coſi la retta s o, ſarà equidiſtante alla A R, & però al lato a p, onde allungata eſſa s o, finche arriui al lato T p, & ſia in P, haueremo formato il Triangoletto T S P, ſimile, & ſimilmente poſto al Triangolo T a p, onde miſurati li tre lati del piccolo, eſſi mediante, & il lato T a, del grande conoſceremo la lunghezza de gl'altri dui lati a p T p, del grande.

Et ſe la A R, equidiſtāte al lato a p, ſegaſſe il lato T p, poniamo in P, all'hora il Triāgoletto A T P, ſaria ſimile, & ſimilmente poſto al grande, onde dalla cognitione delli tre lati del piccolo miſurati con miſurine diligentemente, & con il numero delle pertiche, o canne del lato T a, nel grāde, conoſceremo ancora il numero delle pertiche, o canne delli lati a p, T p,

Potrà ancora lo Studente con ſuo profitto notare le coſe ſeguenti.

Di quattro quantità proportionali la ſomma P, delle eſtreme prima, & quarta è 70. Et la ſomma delle medie ſeconda, & terza è 110. ſi domanda eſſe 4. quantità; Pono che il denominatore della proportione della prima alla ſeconda ſia $4\frac{2}{5}$. il ſuo conuerſo D, ſarà $\frac{5}{22}$. moltiplicato via 110. ſomma delle medie fa 25. che è differente da 70. ſomma delle eſtreme in 45. A, queſto partito per B, $\frac{459}{484}$. differenza di $\frac{25}{484}$. quadrato di D, alla vnità, ne viene $47\frac{23}{51}$. che è la prima quantità.

Ouero pono che il denominatore della prima alla ſecōda ſia $\frac{3}{100}$. il ſuo conuerſo D, è $\frac{100}{3}$, cioe $33\frac{1}{3}$. moltiplicato via 110, ſomma delle medie fa $3666\frac{2}{3}$. quale è differente da 70. ſomma delle eſtreme in $3596\frac{2}{3}$, A. Ancora il quadrato di D, è $\frac{10000}{9}$. che è differente dalla vnità in $\frac{9991}{9}$. cioe $1110\frac{1}{9}$. con il qual partito A, $\frac{10790}{3}$. ne viene $3\frac{2397}{9991}$. che è la prima quantità.

51 5

B $\frac{459}{484}$. A $\frac{45}{1}$.

3.17. | 2420.

$806\frac{2}{3}$.

Denominatore

$4\frac{2}{5}$. prima $47\frac{23}{51}$.

1 110

$\frac{22}{5}$. $\frac{2420}{51}$

550

Altre quantità

30 10 21 7

S,31.

P,37.

30. 100. 3. 10

S,103.

P,40,

Prima

prima $47\frac{2}{5}\frac{3}{1}$. seconda $10\frac{4}{5}\frac{0}{1}$.
somma D, 70. somma S. 110
quarta $22\frac{2}{5}\frac{8}{1}$. terza $99\frac{1}{5}\frac{1}{1}$.

prima seconda terza quarta.
$47\frac{2}{5}\frac{3}{1}$. $10\frac{4}{5}\frac{0}{1}$. $99\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. $22\frac{2}{5}\frac{8}{1}$.

via il denominatore $4\frac{2}{5}$. à partire per 5. numeratore di $\frac{2}{}\frac{2}{5}$. ne viene $4\frac{2}{2}\frac{6}{1}$. cioe $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. 51. esimi da moltiplicare hora per 22. numeratore di $\frac{2}{}\frac{2}{5}$. che 22. via $4\frac{1}{2}$. fa 88 & 11. cioe 99. & $\frac{1}{2}$. 51. esimi via 22. fa $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$ onde il prodotto è $99\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. che deue essere la terza, come veramente è.

B $\frac{9}{}\frac{9}{}\frac{9}{}\frac{1}{9}$. A $\frac{1}{}\frac{0}{}\frac{7}{}\frac{9}{}\frac{0}{3}$. denominatore.

3 1 1 10790
31370 $\frac{}{1}\frac{3}{0}\frac{}{0}$. prima $3\frac{2}{9}\frac{3}{9}\frac{7}{9}\frac{0}{1}$.
1079000

prima $3\frac{2}{9}\frac{3}{9}\frac{9}{9}\frac{7}{0}$.
somma P, 70.
quarta $66\frac{7}{9}\frac{5}{9}\frac{9}{9}\frac{4}{1}$.

107

79900

seconda $107\frac{9}{9}\frac{9}{9}\frac{6}{9}\frac{3}{1}$.
somma S, 110.
terza $2\frac{}{9}\frac{}{9}\frac{2}{9}\frac{8}{1}$.

prima seconda terza quarta
$3\frac{2}{9}\frac{3}{9}\frac{9}{9}\frac{7}{1}$. $107\frac{9}{9}\frac{9}{9}\frac{6}{9}\frac{3}{1}$. $2\frac{}{9}\frac{}{9}\frac{2}{9}\frac{8}{1}$, $66\frac{7}{9}\frac{5}{9}\frac{9}{9}\frac{4}{1}$
via $\frac{}{1}\frac{3}{0}\frac{}{0}$.

100 | $198\frac{2}{}\frac{2}{9}\frac{7}{9}\frac{8}{9}\frac{2}{1}$ 2809

produce $2\frac{}{9}\frac{}{9}\frac{2}{9}\frac{8}{1}$. che è la terza, come conuiene.

Denominatore 3.
Ouero
7 21 10 30
S, 31.
P, 37.

Denominatore $\frac{1}{2}$.
10. 20. 50. 100
S, 70.
P, 110.

Denominatore $\frac{1}{2}$.
20. 10. 100. 50.
S, 110.
P, 70.

Denominatore 2.

Denominatore $\frac{3}{10}$.
10. 3. 1100. 30.
S, 103.
P, 40.

Denominatore $3\frac{1}{3}$.
100. 50. 20. 10.
S, 70.
P, 110.

Denominatore 2.
50. 100. 10. 20.
S, 110.
P, 70.

Denominatore $\frac{1}{2}$.

37 5
111 15
B $\frac{}{1}\frac{9}{0}\frac{9}{2}\frac{9}{4}$. A $\frac{1}{}\frac{3}{1}\frac{5}{6}$.
320

1 10
Denominatore $\frac{3}{}\frac{2}{5}$. pri-
50 (ma $\frac{3}{}\frac{2}{3}\frac{0}{7}$

prima $8\frac{2}{3}\frac{4}{7}$. seconda $1\frac{2}{3}\frac{3}{7}$.
somma P, 10. somma S, 10.
quarta $1\frac{1}{3}\frac{3}{7}$. terza $8\frac{2}{3}\frac{4}{7}$.

Prima seconda terza quarta
$8\frac{2}{3}\frac{4}{7}$. $1\frac{1}{3}\frac{3}{7}$. $8\frac{2}{3}\frac{4}{7}$. $1\frac{1}{3}\frac{3}{7}$.

Ancora per maggiore essercitatione dello Studente sia di quattro quantità proportionali la somma P, delle estreme 10. Et la somma S, delle medie sia pur 10. Et il denominatore della proportione della prima alla seconda sia $6\frac{2}{5}$. si domandono le quattro quantità.

Il conuerso del denominatore $6\frac{2}{5}$. ò $\frac{3}{}\frac{2}{5}$. è $\frac{}{3}\frac{5}{2}$. D, che moltiplicato via la somma S, 10. fa $1\frac{}{1}\frac{9}{6}$. che è differente dalla somma P, 10. in $8\frac{}{1}\frac{7}{6}$. A. Di più il quadrato di $\frac{}{3}\frac{5}{2}$. D, è $\frac{}{1}\frac{}{0}\frac{2}{2}\frac{5}{4}$. che è differente dalla vnità in $\frac{}{1}\frac{9}{0}\frac{9}{2}\frac{9}{4}$. B, con questo partito $\frac{1}{}\frac{3}{1}\frac{5}{6}$. A, ne viene $8\frac{2}{3}\frac{4}{7}$. che è la prima quantità, & sarà ancora la terza, perche la somma S, 10. è eguale alla somma P, 10. Et così la somma della prima, & seconda sarà pur 10. Et ancora la somma della terza, & quarta sarà pur 10. Et notisi che quando il denominatore della proportione della prima alla seconda fusse 1. cioe che la prima fusse eguale alla seconda, & perciò la terza alla quarta, ancora la somma della prima, & quarta conuerria essere eguale alla somma della seconda, & terza; cioe ciascuna d'esse somme esse re poniamo 10. Et all'hora si potria ponere per prima che numero si volesse poniamo 3. & il medesmo 3. saria la seconda, onde la terza saria il resto fino à 10. cioe saria 7. & il medesmo 7. saria la quarta.

Nel quadrilatero r o c d, il diametro o d, è 64. & il c r, 48. Il lato r o, 40. r d, 32. & a c, 20.
Si troua ciascuna delle quattro parti delli diametri, & il restante lato c d.
s t, si troua $14\frac{}{1}\frac{8}{4}\frac{5}{6}$ s o, $21\frac{6}{7}\frac{7}{3}$. s d, $42\frac{}{7}\frac{6}{3}$. Però s i, $14\frac{}{1}\frac{8}{4}\frac{5}{6}$. s c, $26.\frac{}{7}\frac{6}{3}$. s r, $21\frac{6}{7}\frac{7}{3}$.

Hora nel Triangolo c o s, dalla cima c, alla base o s, si imagini la perpendicolare c x, & Fig 28. si troui la sua lunghezza, & ancora il caso x s, che giontoli la s d, si hauerà la x d, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare c x, & della somma presa la radice ella sarà la lunghezza del lato c d.

o r, 40. c o, 20.
r d, 32. o r, 40.

Pono s t, 1. cosa il suo quadrato è 1. z. Il quad. di t r, è $267\frac{3}{4}$. però il quadrato di s r, è 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. Et esso s r, è radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L,
i r, è $36\frac{1}{2}$. però i s, è $36\frac{1}{2}$. meno rad. L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L.
somma

somma 72	somma. 60
differenza. 8	differenza. 20
o d, 64 | 576	c r, 48. | 1200.
auenimento 9	auenimento. 25.
la mità e $4\frac{1}{2}$.	la mità è. $12\frac{1}{2}$,
mità di o d, 32	mità di c r, 24.
o r, $36\frac{1}{2}$.	i r, $36\frac{1}{2}$.
t d, $27\frac{1}{2}$.	c i, $11\frac{1}{2}$.
quad. di r d, 1024,	quad di c o, 400.
quad. di t d, $756\frac{1}{4}$,	quad. di c i, $132\frac{1}{4}$,
quad. di t r, $267\frac{3}{4}$.	quad. di o i, $267\frac{3}{4}$.
t r, rad. $267\frac{3}{4}$.	o i, rad. $267\frac{3}{4}$.

Qui si peruiene à cose eguale a numero; cioe li cẽsi si à nullano, perche essendo il caso o t, egua le al caso i r, il doppio dell'vno è eguale al doppio dell'altro, onde partito l'vno per l'altro ne viene 1. il quadrato del quale è 1. & douenta 1. z. che essendo eguale ad 1. censo, che si troua cõ la radice L L, cauati l'vno dall'altro resta niente, & però si annullano non restando quantità alcuna di censi da alcuna banda dell'Equatione.

Qui conosciuto che essendo l'altezza o i, radice $267\frac{3}{4}$. eguale all'altezza r t, rad. $267\frac{3}{4}$. & però nelli dui Triangoli rettangoli equiangoli o i s, r t s, che la base i s, deue essere eguale alla base t s

quadrato di s, $1332\frac{1}{4}$. piu 1. censo piu $267\frac{3}{4}$.
meno (rad. L, 1. cẽso p̃, $267\frac{3}{4}$. L, volte 73.)
quadrato di i o, $267\frac{3}{4}$.

quadr. di o s, $1867\frac{3}{4}$. piu 1. censo meno (radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L, volte 73.)

Ma o t, è $36\frac{1}{2}$. Et t s, e 1. cosa; però o s, e $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa, & il suo quadrato e $1332\frac{1}{4}$. meno 73 cose piu 1. censo. Onde e eguale alla quantità trouata, & però 73. cose piu $535\frac{1}{2}$. è eguale a radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L, volte 73. Cioe 1. cosa piu $\frac{1071}{146}$. eguale a radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L. Cioe 1. censo piu $\frac{1071}{73}$, cose piu $\frac{1147041}{21316}$. eguale à 1. censo piu $267\frac{3}{4}$.

Cioe $\frac{1071}{73}$. 1. eguale à $\frac{2280159}{10658}$.

	1	$\frac{21316}{2}$.	146
		3471	
1071	2280159	534	
		5329	
	2129	10658	
146.			
	310	5707259	
		1147041	
	963		
$14\frac{85}{146}$.		4560318	

vale la cosa, & questa è la s t, però s o, sarà il restante fino à $36\frac{1}{2}$. cioe $21\frac{67}{73}$. & s d, sarà $42\frac{6}{73}$.

& la subtensa o s, eguali alla subtensa r s, onde la somma di i s, s o, è eguale alla somma di t s, s r, & ciascuna d'esse somme eguale alla i r, $36\frac{1}{2}$. & anco alla t o, che è medesmamente $36\frac{1}{2}$. noi per trouare distintamente i s, s o, (ouero t s, s r,) essendo la somma loro $36\frac{1}{2}$. Perche nel Triangolo rettangolo o i s, il quadrato di o s, e maggiore del quadrato di s i, nel quadrato di o i, cioe in $267\frac{3}{4}$. Potremo dire. Diuidasi $36\frac{1}{2}$. (somma di i s, s o, lati del Triangolo rettangolo o i s,) in due parti tali che i quadrati loro siano differenti in $267\frac{3}{4}$. (quadrato dell'altro lato o i,) che posto la maggiore la mità del $36\frac{1}{2}$. & 1. cosa di piu, cioe $18\frac{1}{4}$. piu 1. cosa & la minore $18\frac{1}{4}$. meno 1. cosa, la differenza de' loro quadrati sarà 73. cose (prodotto di $36\frac{1}{2}$. somma d'esse due parti via 2. cose loro differenza,) & questo douerà essere $267\frac{3}{4}$. onde la cosa valerà $3\frac{195}{292}$. perilche d'esse due parti, o lati, il maggiore sarà $18\frac{1}{4}$. piu $3\frac{195}{292}$. cioe $21\frac{67}{73}$. & il minore $14\frac{85}{146}$. Et cosi perche il 73. numero delle cose dell'equatione con il quale si parte il $267\frac{3}{4}$. quadrato del lato, o perpendicolare nota e sempre il doppio di $36\frac{1}{2}$. somma de gl'altri dui lati del Triangolo rettãgolo) vediamo che nel Triangolo rettangolo dato vno de' lati che contengono l'angolo retto, & la somma de gl'altri dui lati, Per trouare distintamente ciascun d'essi; Si parta il quadrato del lato noto per il doppio della somma de gl'altri dui, & l'auenimento si giunga; & caui alla mità della somma de' dui lati, che il resultante maggiore sarà il lato maggiore; cioe la subtensa all'angolo retto, Et l'altro resultante sarà l'altro lato.

Et se del $36\frac{1}{2}$. si fusse posto la parte, o lato minore essere 1. cosa; Et però la maggiore $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa; Dal quadrato di questo cauato il quadrato di quello; cioe da $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose piu 1. censo; cauato 1. censo, il restante $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose saria eguale a $267\frac{3}{4}$. onde cauato $267\frac{3}{4}$. da $1332\frac{1}{4}$. (quale $1332\frac{1}{4}$. e sempre il quadrato del $36\frac{1}{2}$.) al restante $1064\frac{1}{2}$. sarà eguale le 73. cose; perilche partitolo per 73. l'auenimento $14\frac{85}{146}$. sarà il valore della cosa, & però il lato, ò parte minore.

Di qui mò deriuando la Regola numerale si potrà dire. Dal quadrato della somma data de' dui lati si caui il quadrato del lato noto, & il restante si parta per il doppio della somma data, che l'auenimento sarà il lato minore delli dui.

Et se del $36\frac{1}{2}$. si fusse posto la parte, o lato maggiore essere 1. cosa, Et però la minore $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa, Cauato il suo quadrato $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose piu 1. censo da 1. censo, quadrato del vna

cosa,

cosa, il restante 73 cose meno $1332\frac{1}{4}$. saria eguale a $267\frac{3}{4}$. & però la somma di $1332\frac{1}{4}$. & $267\frac{3}{4}$. cioe 1600. saria eguale a 73. cose, onde partito 1600. per 73. l'auenimento $21\frac{67}{73}$. sarà il valore della cosa; cioe la parte maggiore, Per il che la regola numerale da estrahere da questa operatione potrà esser tale; Al quadrato della somma data de' dui lati si giunga il quadrato del lato noto, & la somma si parta per il doppio della somma data che l'auenimento sarà il lato maggiore opposto all'angolo retto.

Et se da queste Regole numerali vorremo deriuarne le Geometriche, Consideraremo che in linea, Il quadrare vna quantità; cioe il moltiplicarla in vna quantità a lei eguale significa alla vnità prima, & alle due che si moltiplicano fra loro seconda, & terza trouare la quarta proportionale, che ella sarà il prodotto, o quadrato cercato. Et il partire in linea significa, Al partitore prima quantità, alla da partire seconda, & vnità terza trouare la quarta proportionale, che ella sarà l'auenimento cercato.

Onde volendo adoprare la prima regola delle tre date, & douendo pigliare per vnità vna linea a beneplacito, noi potremo pigliare il lato noto, che così haueremo la operatione facile, & breue; perche essendo anco 1. il quadrato d'1. pigliando per vnità il lato noto, il quadrato d'esso in linea verrà anco ad'essere vna linea eguale al medesmo lato; cioe il lato noto verrà ad essere vna linea equiualente al dutto d'esso lato in se stesso, mentre che esso lato si pigli per la vnità, il quadrato del qual numero 1. è pure 1. onde occorrerà solo a partire esso lato noto (inteso lo per il quadrato del medesmo lato) per il doppio della somma data de gl'altri dui lati; cioe Al doppio della somma data de' dui lati prima, al lato noto seconda; Et al lato noto terza, si troui la quarta proportionale, che ella sarà l'auenimento cercato; quale gionto alla mità della somma de' dui lati, il composto sarà la subtensa lato maggiore, & il restante sarà l'altro lato, Ouero per adoprare linee piu corte nella operatione acciò ella sia piu comoda; in vece di partire per il doppio della somma de dui lati, si può partire per la sola simplice somma de dui lati, & poi pigliare la mità dell'auenimento, accioche essa mità sia quello auenimento che cerchiamo; cioe che nasceria a fare la partitione cō il doppio della somma data de dui lati. Onde nel dare la Regola lineale potremo dire.

Dato vno de i lati che contengono l'angolo retto nel Triangolo rettangolo, & data la somma de gl'altri dui lati si può trouare ciascun d'essi distintamente. Regola.

Presa la somma data per prima di 3. quantità, di quattro proportionali, Et il lato, dato per seconda, Et anco per terza, si troui la quarta proportionale (si potria anco dire, Alla somma data prima, Et lato dato seconda, si troui la 3. continua proportionale, & ne resultaria l'istesso, perche questa terza continua proportionale saria la medesma che nell'altro modo viene ad essere la quarta, che in ciascun modo la operatione lineale è la medesima,) Et d'essa quarta si pigli la mità qual mità si giunga alla mità della somma data, che il composto sarà la subtensa lato maggiore, & il restante d'essa somma data sarà il restante lato. Essempio.

D'vn Triangolo rettangolo sia la somma della subtensa, & d'vno de gl'altri dui lati la retta n r, l'altro lato c s, Per trouare la subtensa, & l'vno de' lati distintamente; Alla n r, si giunga in lungo la c s, & anco se gli accompagni angolarmente all'estremo n, Et imaginata la retta transuersale r s, ad essa dal punto s, della superiore aggiunta si tiri vna equidistante verso la istessa trāsuersale, allungandola di modo che concorra con la c s, angolare allungata verso s, quanto occorra, & sia il concorso in t, che così à questa s t, la c s, hauerà la proportione medesma che ad essa c s, hà la n r, cioe la s t, sarà la terza continua proportionale alle due n r, somma data, & c s, lato dato, o vogliamo dire la s t, sarà la quarta proportionale alla tre n r, c s, & c s, Di questa c t, presa la mità c u, ella si seghi dalla g n, mità della somma data n r, cominciando al punto g, del mezo della n r, & sia il segamento la g x, che all'hora tutta la r x, sarà la subtensa cercata, & il restante x n, sarà l'altro lato cercato del Triangolo rettangolo. Dimostratione. Et se bene questa Regola depende dall'operare dell'Algebra già stabilita con salde dimostrationi naturali essere dottrina certissima, nondimeno se ne può ancor dare la particolar dimostratione Geometrica dicendo.

Perche la retta n r, è diuisa in due parti in x, il quadrato della maggiore x r, è differente, cioe supera, o vogiamo dire è maggiore del quadrato della parte minore n x, nel dutto di detta n x, somma d'esse due parti nella differenza loro; cioe nel doppio della x g, & però nel dutto della n r, nella s t, doppia alla x g, Ma perche dalla construttione la retta, ò lato dato c s, è medio proportionale fra le medesme n r, s t, ancora il quadrato di c s, è eguale al dutto di n r, in s t, per il che il quadrato di x r, sarà maggiore del quadrato di x n, nel quadrato di c s, Ma nel Triangolo formato la o s, subtensa è dalla construttione eguale ad x r, & il lato o c, eguale ad x n, onde il quadrato di o s, supera il quadrato di o c, nel quadrato di c s, & però il quadrato di o s, è eguale alla somma delli dui quadrati di o c, c s, per il che l'angolo c, contenuto da i dui lati o c, c s, è retto; cioe il Triangolo formato è rettangolo, come si volea mostrare.

Altro modo per trouare la s t, terza continua proportionale ad n r, & c s. che serue quando c s. seconda è minore di n s, prima sù la quale si forma vn mezo cerchio, & in esso da vna estremità del diametro si accomodi la c s, seconda, & da s, doue ella peruiene alla circonferenza intesa tirata la s t, perpendicolare al diametro, all'hora la parte t r, angolare alla c s, seconda, è la terza, che c s, è media proportionale fra r n, r t, perche nel Triangolo n s r, che hà l'angolo n s r, retto (essendo fatto nel mezo cerchio) & da esso angolo retto s, alla base n r, viene la perpengicolare s t, il lato destro c s, del Triangolo detto n s r, è medio proportionale fra tutta la base n r, & la sua parte destra r t.

Fig. 29.

Et perche il mio intento è di particolarmente giouare alli Studenti, & renderli pronti alla speculatione, & inuentione con la diligente esercitatione che venghino facendo, poiche così acquistando saldamente i fondamenti della Dottrina potranno seguire auanti in essa a suo piacere; si verrà discorrendo, come ancora dall'altre due Regole numerali date si possano estrahere le regole lineali; ilche se bene sarà di molta scrittura, & fatica, lo fo volontieri, accioche lo Studête maggiormente si facci esperto; Vediamo dunque che per trouare il minore delli dui lati la somma de quali è data la Regola dice.

Dal quadrato della somma data de i dui lati si caui il quadrato del lato noto, & il restante si parta per il doppio della somma data, che l'auenimento sarà il minore delli dui lati che sono contenuti in essa somma data. Perilche si potria ancor dire, (& resulta l'istesso,) Et il restante si parta per la somma data che la mità dell'auenimento sarà il minore delli dui lati, &c.

Qui se vorremo pigliare per vnità lineale la somma data. Il quadrato d'essa vnità sarà l'istesso 1. o somma data, onde si cercarà solo il quadrato del lato noto, che sarà la terza continua proportionale di tre linee delle quali la prima sia la vnità detta, & la seconda il lato noto, qual terza continua proportionale, o equiualente al numero del quadrato del lato noto si cauarà dalla vnità detta, che è equiualente al quadrato del numero della somma data, & il restante si douerà partire per la somma data; cioe per la vnità detta, ma à partire qual si vogli quantità per la vnità l'auenimento è la istessa quantità, però senza altra operatione esso restante sarà ancora l'auenimêto cercato, la mità del quale è il minore delli dui lati contenuti nella somma data, onde si potrà dare la Regola dicendo. Alla somma de' dui lati data, come prima, & lato noto come seconda, si troui la terza continua proportionale, & essa si caui dalla somma data, che la mità del restante sarà il lato minore delli dui che contengono la somma data, & il rimanente d'essa sôma sarà la subtensa all'angolo retto. Esempio. Sia la somma della subtensa, & d'vno de dui lati, la retta n r, & l'altro lato la c s, A queste n r, come prima, & c s, seconda si troui la terza continua proportionale, & sia la t c, quale si seghi dalla n r, somma data, & del restante t n, si pigli la mità, & l'vna d'esse mità sia la n o, quale è l'vno delli dui lati, & la o r, restante nella n r, sarà la subtensa.

Fig. 30.

Questa operatione si conosce essere la istessa che la antecedente, solo nel fine trouata la terza côtinua proportionale, qui ella si caua dalla totale sôma data, & del restante la mità è il lato sommato con la subtensa, doue in quella antecedente la mità di detta terza côtinua proportionale si caua dalla mità della sôma data, & il restante è pure il lato sommato con la subtensa, ilche resulta l'istesso, poiche per esempio da 20. cauato poniamo 8. la mità del restante 12. cioe 6. è l'istesso che si trouaria à cauare la mità d'8 cioe 4. dalla mità di 20. cioe 10. Et perche nella operatione antecedente c s, lato noto fu posto 1. essendo poi la somma data radice $1\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{3}$. Qui mò volendo che la somma data si chiami 1, cioe che radice $1\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{3}$. douenti 1. il lato c s, che era 1. douentarà radice $1\frac{1}{9}$. meno $\frac{1}{3}$. & la t c, terza continua proportionale douentarà $1\frac{2}{9}$. meno radice $\frac{40}{81}$. che cauata da 1 somma data, il restante sarà radice $\frac{40}{81}$. meno $\frac{2}{9}$. & la sua mità sarà radice $\frac{10}{81}$. m̄. $\frac{1}{9}$. che è il lato minore, Et è bene l'$\frac{1}{3}$. di radice $1\frac{1}{9}$. m̄. $\frac{1}{3}$. lato c s, congiuntoli ad'angolo retto, come conuiene perche ancora nell'altro supposito $\frac{1}{3}$. i o c, è la terza parte d'vn lato c s.

Si può auertire che nel Triangolo rettangolo essendo che la somma de quadrati de dui lati côtinenti l'angolo retto è eguale al quadrato della subtensa, & però il quadrato d'vn lato, e minore del quadrato della subtensa nel quadrato dell'altro lato, se diremo d'vn Triangolo rettangolo vn lato è 12. & la somma dell'altro lato, & subtensa è 18. si domanda ciascuno di loro, questo sarà quanto a dire diuidasi 18. in due parti tali che la differenza de' loro quadrati sia 144. quadrato di 12. Et perche la differenza de' quadrati di due quantità è quello che nasce a moltiplicare la somma d'esse due quantità via la somma loro, si partirà il 144. per il 18. somma data, che l'auenimento 8. sarà la differenza delle due quantità, onde cauatala dal 18. che resta 10. la sua mità 5. sarà la quantità minore; cioe l'altro lato del Triangolo, & il restante 13. sarà la quantità maggiore; cioe la subtensa; Et così dandone Regola si potrà dire. Con la somma data si parta il quadrato del lato dato, & l'auenimento si caui dalla somma data, che dell'auenimento la mità sarà il lato del Triangolo, & il restante della somma data sarà la subtensa.

Et se

Et se volessimo pigliare per vnità lineale il lato e s, che la somma n r, dell'altro lato, & subtensa saria radice 1 $\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{3}$. all'hora alla e s, vnità prima, & n r, somma data seconda trouaressimo la terza continua proportionale, & sia la o t, 1 $\frac{2}{9}$. piu radice $\frac{40}{81}$. che representaria il numero del quadrato della n r, dal quale quadrato, o dalla quale o t, si cauarà il quadrato della e s, lato noto il numero del qual quadrato è rapresentato dalla istessa e s, presa p vnità (che il quadrato d'vn è l'istesso vn) cioe della t o, si cauarà la e s, & sia s u, il restante (quale si hà da partire p la somma data

Fig. 31.

e s, 1, da radice 1 $\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{3}$ n r,	rad. 1 $\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{3}$. da radice $\frac{40}{81}$. piu $\frac{2}{9}$. che darà 1.	
che darà radice 1 $\frac{1}{9}$ piu $\frac{1}{3}$. n r,	radic. 1 $\frac{1}{9}$. m̄. $\frac{1}{3}$.	radice 1 $\frac{1}{9}$. meno $\frac{1}{3}$.
darà 1 $\frac{1}{9}$. piu $\frac{1}{9}$. piu rad $\frac{40}{81}$.	1. partitore simplice.	$\frac{20}{27}$. m̄. $\frac{2}{27}$. m̄ R̷. $\frac{40}{729}$ p̄. R̷. $\frac{40}{729}$
cioe 1 $\frac{2}{9}$. piu radice $\frac{40}{81}$. o t.		cioe $\frac{18}{27}$. che è $\frac{2}{3}$. darà.

Ancora per trouare la terza continua proportionale alle due e s, prima, & n r, seconda elle si congiunghino in sieme ad angolo retto, & ad esso imaginata la subtensa e r, a questa e r, dal termine comune a lei, & alla seconda; cioe hora dall'r, se li tiri la perpendicolare r t, finche concorra con la prima e r, a lungata dalla banda dell'angolo retto, che ella fa con la seconda, & sia il concorso in t, che all'hora la s t, ò vogliamo dire o t, sarà la terza continua proportionale, alle due e s, prima, & n r, seconda, perche considerato il Triangolo rettãgolo e r t, dall'angolo retto r, del quale sul lato oppostoli, o base e t, cade la perpendicolare r s, ella è media proportionale fra le due parti e s, s t, di detta base.

che la mità dell'auenimento è il lato congiunto con la subtensa,) Hora alla somma n r, (partitore) come prima s u, (da partire) come seconda, & e s (vnità) terza trouaremo la quarta proportionale, & sia la s g, (che è l'auenimento) della quale presa la mità g e, ella sarà il lato congiunto al'a subtensa, onde cauato dalla somma n r, il restante sarà la subtensa. Et cosi vediamo che nell'esequire il Problema si viene à schiuare questa seconda operatione, quando il partitore prima delle tre quantità alle quali si vuole trouare la quarta sia la vnità, onde per vnità è sempre espediente il pigliare quella delle due date che hà poi da douentare partitore, o prima delle tre quantità alle quali si troua la quarta.

Di qui si conosce che facendo angoli retti insieme in s, le due strade t e, s r, & volendo dal t, andar verso il concorso d'esse, tanto che si sia distante dal t, & dall'r, egualmente; Ouero dal e, passando il concorso s, arriuare in luogo tanto lontano dal e, quanto dall'r, questo luogo partendosi poniamo dal t, si trouarà imaginando la t r, & à lei formata la perpendicolare r e, che concorra con la t s, allungata quanto bisogna, & sia in e, & diuisa la distanza e t, per mezo, & sia in m, che questo punto m, sarà il luogo cercato tanto lontano da t, quanto da r, perche all'hora la t e, verrà ad essere diametro d'vn cerchio nel quale sia inscritto il Triangolo rettangolo t r e, onde il punto m, sarà il centro del cerchio, & perciò egualmente lontano da ciascuno delli tre punti t r e, segnati nella circonferenza, che se ci partessimo dal e, verso s, pure imaginata la e r, & formata sa à lei perpendicolare r t, che concorra con la e s, allungata, & sia in t, & diuisa la distanza e t, per mezo in m, questo punto m, similmente sarà tanto lontano dal e, quanto dall'r, Et in numeri essendo note t s, & s r, ad esse due trouaremo la terza continua proportionale, facendo prima le t s, cioe partendo con essa t s, il quadrato di s r, seconda che l'auenimento sarà le terza, quale si giunga alla prima, & della somma si pigli la mità che essa mità sarà il numero della t m, cioe di quanto conuenga allontanarse dal t. Che se essendo in e, haueremo note le due e s s r, pure ad esse si trouarà la terza continua proportionale facendo prima la e s, & la somma d'essa prima, & terza si diuida per mezo che essa mità sarà il numero della e m, cioe dell'allontanamento dal t, che se da esso cauaremo la distanza nota e s, il restante sarà la s m, cioe il quanto si douerà passare l'angolo s, verso t. Il medesmo anco senza questa cognitione si potria trouare mediante l'Algebra, che ponendo la distanza m s, essere 1. cosa, & però la m t, essere il numero noto con essa m t, manco detta 1. cosa, o vero, & però la e m, essere il numero noto del'a e s, più detta 1. cosa il quadrato della m t, ouero della m e, saria eguale al quadrato della m r, (douendo essere la m r, eguale a qual si vogli delle m t, ouero m e, onde trouato il quadrato della m r, che è composto dal quadrato della s r, nota, & da 1. censo quadrato della s m, si verrà all'Equatione, & però alla cognitione del valore della cosa; cioe della m s, Dal quale operare d'Algebra si potria poi deriuare la regola numerale, Et la lineale a nostro piacere.

L'altra Regola numerale da esequire il Problema dice, Al quadrato della somma data de dui lati, si giunga il quadrato del lato noto, & la somma si parta per il dopdio della somma data che l'auenimento sarà il lato maggiore, o subtensa opposta all'angolo retto; Onde per formarne la

regola

regola lineale, & breue; Vedendo che il partitore deue essere il doppio della somma data, & l'auenimento sarà il lato maggiore, o subtensa, conosciamo, che partendo per la simplice somma data l'auenimento saria il doppio di quello che ne doueria venire, & però saria il doppio della subtensa, Onde d'esso auenimento presa la mità ella sarà la subtensa detta; perilche potendosi pigliare per partitore la somma data questo partitore anco, o somma data sarà quello che si pigliarà per vnità, acciochè la operatione riesca breuissima; Il quadrato della quale vnità, o somma data, sarà anco la istessa vnità, o somma data, & così restarà solo a trouare il quadrato del lato noto, che è la terza continua proportionale di tre quantità delle quali la prima sia la vnità, o somma data, & la seconda sia esso lato noto, perilche si potrà dire. Alla somma data come prima, & lato noto come seconda si troui la terza continua proportionale alla quale (che sarà equiualente al numero del quad. del lato noto) si giunga in lungo la somma data (che è equiualente al numero del suo istesso quad. perche ella è presa per vnità, il quad. della quale vnità è la istessa vnità.) & del composto si pigli la mità, che essa mità sarà la subtensa del Triangolo, & quello che oltre a questa mità, o subtensa restarà nella somma data sarà il lato congiuntoli che fa angolo retto con il dato.

Fig. 32.

Et se del Triangolo rettangolo sia nota la subtensa radice $1\frac{1}{9}$. & la somma de i dui lati che cōtengono l'angolo retto, & sia $1\frac{1}{3}$. Et si vogli trouare ciascuno d'essi dui lati, si potrà pure adoprando l'Algebra ponere che l'vno sia la mità d'essa somma piu 1. cosa, Et l'altro la mità d'essa somma m̃. 1. cosa, cioè essi essere $\frac{2}{3}$. piu 1. cosa, Et $\frac{2}{3}$. meno 1. cosa; I loro quadrati sono $\frac{4}{9}$. piu $1\frac{1}{3}$. cosa piu 1. censo. Et $\frac{4}{9}$. meno $1\frac{1}{3}$. cosa piu 1. censo, che gionti insieme fano $\frac{8}{9}$. piu 2. censi, Et questo deue essere il quadrato della subtensa; ma ella si dice essere radice $1\frac{1}{9}$. & però il suo quadrato è $1\frac{1}{9}$. Onde $\frac{8}{9}$. piu 2. censi, sarà eguale ad $1\frac{1}{9}$. cioe $\frac{2}{9}$. eguale a 2. censi; cioe $\frac{1}{9}$. eguale ad 1. censo; però la cosa valerà la radice d'$\frac{1}{9}$. che è $\frac{1}{3}$. Et li lati posti $\frac{2}{3}$. piu 1. cosa. Et $\frac{2}{3}$. meno 1. cosa, faranno $\frac{2}{3}$. piu $\frac{1}{3}$. Et $\frac{2}{3}$. meno $\frac{1}{3}$. Cioe 1. Et $\frac{2}{3}$. Qui considerando che il numero $\frac{8}{9}$. è sempre il doppio di $\frac{4}{9}$. quadrato di $\frac{2}{3}$. mità d'$1\frac{1}{3}$. somma data de i dui lati, & perciò si può dire essere la mità di $1\frac{6}{9}$. quadrato di $1\frac{1}{3}$. somma de dui lati; Et l'altro numero $1\frac{1}{9}$. è sempre il quadrato della subtensa dal quale esso $\frac{8}{9}$. si caua, & il restante si parte sempre per 2. che è sempre il numero de' censi; Et la radice dell'auenimento giunta, & cauata alla mità della somma de' dui lati mostra ne i dui resultanti essi dui lati; Vediamo che la regola numerale di questo quesito (che si potria anco proponere dicendo, Diuidasi $1\frac{1}{3}$. in due parti tali che la somma de i dui quadrati loro sia $1\frac{1}{9}$.) può essere questa.

Dal quadrato della subtensa si caui la mità del quadrato della somma de' lati, & il restante si parta per 2. & la radice dell'auenimento si giunga, & caui alla mità della somma de' lati; Ouero (che resulta l'istesso) Dalla mità del quadrato della subtensa si caui il quadrato della mità della somma de' dui lati, & la radice dell'auenimento si giunga, & caui alla mità della somma de i dui lati che i dui resultanti saranno i dui lati.

Et in linea pigliando per vnità lineale la subtensa, il suo quadrato sarà la istessa subtensa, & la mità d'esso suo quadrato sarà la mità d'essa subtensa; Il quadrato mò della mità della somma de' dui lati sarà la terza continua proportionale a due rette delle quali la prima sia la vnità, cioe la subtensa, & la seconda sia detta mità della somma de' dui lati, quale si vuole quadrare; cioe trouarne linea equiualente al numero del suo quadrato qual terza continua proportionale si douerà cauare dalla mità del quadrato della subtensa; cioe dalla mità della subtensa vnità, & del restante pigliare la radice; ma la radice d'vna quantità è la media proportionale fra essa, & la vnità; onde conuerrà fra esso restante, & subtensa vnità trouare la media proportionale, questa poi gionta, & cauata alla mità della somma de' dui lati mostrarà ne i dui resultanti essi dui lati; però si potrà dire.

Alla subtensa prima, & mità della somma de' dui lati seconda, si troui la terza continua proportionale, & essa si caui dalla mità della subtensa, & fra il restante, & subtensa si troui la media proportionale, quale si giunga alla mità della somma de' dui lati, che il resultante sarà il maggiore d'essi dui lati, & quello che in essa somma rimanerà sarà l'altro lato.

Fig. 33.

a e, subtensa 1.
c r, mità della somma de lati rad. $\frac{2}{5}$.
a u, la istessa radice $\frac{2}{5}$.
u o, terza cōtinua proportionale $\frac{2}{5}$.
s a, mita della subtensa $\frac{1}{2}$.
s t, eguale ad v o, (che se ne caua) $\frac{2}{5}$.
a t, restante $\frac{1}{10}$.

Ma dando alla subtensa il suo numero reale gia posto; cioe radice $1\frac{1}{9}$. & alla somma de' lati $1\frac{1}{3}$. sarà
a c, subtensa radice $1\frac{1}{9}$.
c r, mita della somma de' lati $\frac{2}{3}$.
a u, la istessa $\frac{2}{3}$.
u o, terza continua proportionale rad. $\frac{8}{45}$.
s a, mita della subtensa radice $\frac{5}{18}$.

a n, media proportionale fra a t, $\frac{1}{10}$. & la totale subtensa vnita è radice $\frac{1}{10}$.

r o, eguale ad a n, radice $\frac{1}{10}$. che si giunge alla c r, radice $\frac{2}{5}$. mita della somma de' dui lati, & il composto c o, radice $\frac{9}{10}$. e il lato maggiore delli dui.

c m, somma de i dui lati radice 1 $\frac{3}{5}$.

c o, lato maggiore radice $\frac{9}{10}$.

o m, lato minore radice $\frac{1}{10}$.

s t, eguale ad u o, (che se ne caua) rad. $\frac{81}{90}$.

a t, restante radice $\frac{1}{90}$.

a n, media proportionale fra a t, radice $\frac{1}{90}$. & la totale subtensa radice 1 $\frac{1}{9}$. è radice radice $\frac{1}{81}$. cioe radice $\frac{1}{9}$. cioe $\frac{1}{3}$.

r o, eguale a n, $\frac{1}{3}$. che si giunge a c r, $\frac{2}{3}$. mita della somma de dui lati, & il composto c o, 1. è il lato maggiore delli dui. c m, somma de dui lati 1 $\frac{1}{3}$. o m, lato minore $\frac{1}{3}$.

Et se hauessimo posto vn lato delli dui essere 1. cosa, l'altro saria il restante di 1 $\frac{1}{3}$. somma loro cioe saria 1 $\frac{1}{3}$. meno 1. cosa; I loro quadrati 1. censo, Et 1 $\frac{7}{9}$. meno 2 $\frac{2}{3}$. cose piu 1. censo gionti insieme fano 2. censi piu 1 $\frac{7}{9}$. meno 2 $\frac{2}{3}$. cose; Et questo sara eguale al quadrato della subtensa; cioe 1 $\frac{1}{9}$. Onde cauato 1 $\frac{1}{9}$. da ciascuna banda, & accomodato il meno si hauera 2. censi piu $\frac{2}{3}$. eguale a 2 $\frac{2}{3}$. cose; Et ridotto ad 1. censo partendo per 2. si hauera 1. censo piu $\frac{1}{3}$. eguale ad 1 $\frac{1}{3}$ cosa; Onde da $\frac{4}{9}$. quadrato di $\frac{2}{3}$. mita del numero delle cose cauando $\frac{1}{3}$. numero dell'Equatione resta $\frac{1}{9}$. la radice del quale è $\frac{1}{3}$. che gionta, & cauata a $\frac{2}{3}$. mita del numero delle cose, ne resultano 1. & $\frac{1}{3}$. ciascuno delli quali è valuta della cosa; però l'vn lato posto 1. cosa sara 1. & l'altro il restante $\frac{1}{3}$. Ouero, (& resulta l'istesso) l'vn lato posto 1. cosa, si potra dire essere $\frac{1}{3}$. & l'altro il restante 1. Qui mò si vede che nell'Equatione da principio quale è 2. censi piu 1 $\frac{7}{9}$. eguale a 2 $\frac{2}{3}$. cose piu 1 $\frac{1}{9}$. Il 2 $\frac{2}{3}$. numero delle cose è sempre il doppio d'1 $\frac{1}{3}$. somma de' dui lati, Onde ridotta la Equatione ad 1 censo, partendo per 2. (perche sempre 2. è il numero de' censi) che per le cose, ne verra 1 $\frac{1}{3}$. cosa; questo 1 $\frac{1}{3}$. numero delle cose sara sempre la somma de i dui lati; Quanto alli numeri simplici dell'Equatione, l'1 $\frac{7}{8}$. Si vede essere il quadrato d'1 $\frac{1}{3}$. somma de dui lati; Et l'1 $\frac{1}{9}$. che se ne caua è sempre il quadrato della subtensa, (& la sottrattione del quadrato della subtensa dal quadrato della somma de' dui lati, si può sempre fare, perche la sola subtensa (& consequentemente il suo quadrato) è sempre minore della somma de dui lati, (& consequentemente del quadrato d'essa somma) & il restante hora $\frac{2}{3}$. per ridurre la Equatione ad 1. censo si parte sempre per 2. & ne viene l'$\frac{1}{3}$. che accompagnato ad 1. censo fa 1. censo piu $\frac{1}{3}$. eguale ad 1 $\frac{1}{3}$ cosa, Poi in questa Equatione che è sempre d'1. censo, & numero eguale a cosa, si caua il numero $\frac{1}{3}$. dal quadrato della mita del numero delle cose (cioe dal quadrato della mita della somma de' dui lati si caua la mita di quello che resta a cauare il quadrato della subtensa dal quadrato della somma de' dui lati) & del restante presa la radice, ella si giunge, & caua alla mita del numero delle cose; cioe alla mita della somma de' dui lati, che ciascuno de i dui resultanti è vna valuta della cosa; cioe ciascuno de i dui resultanti è vn lato delli dui cercati; Perilche dando la Regola numerale si può dire.

Cauisi il quadrato della subtensa dal quadrato della somma de i dui lati, & la mita del restante si caui dal quadrato della mita della somma de' dui lati, & la radice del rimanente si giunga, & caui alla mita della somma de dui lati, che li resultanti saranno i dui lati.

Et in linea pigliando per vnita la somma de i dui lati, si potra dire.

Alla somma de i dui lati prima, & subtensa seconda si troui la terza continua proportionale; & questa si caui dal'a sōma de i dui lati, Et la mita del restāte si caui dalla mita della mita; cioe dalla quarta parte della somma de dui lati, Ouero (che resulta l'istesso) Et il restante si caui dalla mita della somma de' dui lati, & del rimanente si pigli la mita; Et fra quello che resultara, & la somma de lati si pigli la media proportionale, & essa media si giunga alla mita della somma de' lati, che il composto sara il lato maggiore, & il restante d'essa somma sara il lato minore.

a c, somma de lati 1. Ouero 18.

Fig. 34. n c, subtensa radice $\frac{170}{324}$. Ouero radice 170.

o t, terza continua proportionale $\frac{170}{324}$. Ouero $\frac{170}{18}$. cioe 9 $\frac{4}{9}$. cauata da a c, somma de' lati resta o a.

o a, $\frac{154}{324}$. Ouero 8 $\frac{5}{9}$. che si caua da a s, mita di a c, somma de' lati; cioe da $\frac{1}{2}$. ouero 9. & resta o s.

o s, $\frac{8}{324}$. Ouero $\frac{4}{9}$. fra la mita di questa o s, & la somma de lati si doueria trouare la media proportionale, ma perche la mita d'essa o s, saria molto piccola, noi per comodita della operatione fra essa o s, totale doppia al bisogno, & la A C, doppio alla a c, somma de lati; cioe similmente ancor ella doppia al bisogno habbiamo trouato la A M, media proportionale, che pure similmente perciò viene ad essere doppia al bisogno, onde la sua mita A S, è quella che ci fa bisogno; cioe è media proportionale fra la mita di o s, & la a c, somma de' lati; cioe fra $\frac{4}{324}$. Ouero $\frac{2}{9}$. Et 1.

I ouer o

ouero 18. perilche essa vera media A S, sarà radice $\frac{1}{8}\frac{1}{4}$. ouero radice 4. cioe $\frac{1}{0}$. ouero 2. Questa A s, giunta ad a A, mità di a c, somma de lati forma a la a s, che è il lato maggiore, onde il restante s c, d'essa somma sarà il lato minore a s, dunque sarà $\frac{4}{1}\frac{1}{8}$. ouero 11. & s c, $\frac{7}{1}\frac{7}{8}$. ouero 7.

Et nel Triangolo rettangolo A C D. quale nella operatione lineale si conoscerà essere di dui lati eguali essa operatione sarà la seguente.

a n, somma de lati 20. n r, subtensa radice 200.

Ouero a n, somma de lati, vnità n r, subtensa radice $\frac{1}{2}$. r t, terza continua proportionale $\frac{1}{2}$. quale si caua dalla a r, mità della a n, somma de lati, & perche essa a r, restante è precise eguale alla mità di detta a n, somma de lati il rimanente è niente, onde la mità di tal rimanente niente è niente, però la sua mità sarà niente, & la media proportionale fra esso niente, & la somma de lati sarà niente, qual media niente giunta alla mità della somma de lati, fa l'istessa mità della somma de lati, & questo è il lato maggiore, & il restante d'essa somma de lati; cioe l'altra sua mità sarà il lato minore; Ma perche esse due mità di a n, denotanti i dui lati detti sono eguali si vede che il Triangolo rettangolo da formare sarà di dui lati eguali.

Fig. 35.

Ancora nel quadrilatero r o c d, della figura B, siano noti i tre lati c o, 20. o r, 40. & r d, 28. Et di piu li dui diametri o d, 64. Et c r, 48. Et si trouino ciascuna delle quattro parti de i dui diametri, & il restante lato c d.

In questa figura B, per essere r d. 28. minore di r d, 32. della figura A, (essendo poi r o, & o d, li istessi) il punto r, si auicina piu alla base o d, che non fa nella A, & ben si vede che qui la perpendicolare r t, è solo radice 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$, doue nella A, è radice 267 $\frac{3}{4}$. onde abassandosi il punto r, & stando nel medesmo numero 48 la r c, si conosce che il punto c, viene ad essere spinto in fuori da man sinistra, & perciò allontanarsi piu dal d, della o d, imaginata immobile che nõ era nella A, perilche qui la c d, douerà essere piu lunga che non è nella figura A, Il che sia per auiso allo Studente accioche s'accorga che qui il Triangolo o r c, piega piu verso mano sinistra con il punto, o angolo c, che non fa nella A.

Fig. 36.

od, 64.
cr, 48.
B.

Operatione per il Triangolo r o d,

40
28

68. somma
12. differenza

128 | 816

6 $\frac{3}{8}$.
32

o t. 38 $\frac{3}{8}$.
d t. 25 $\frac{5}{8}$.
625 $\frac{2}{6}\frac{5}{4}$.
31 $\frac{1}{4}$.

quadrato di t d. 656 $\frac{4}{6}\frac{1}{4}$.
quadrato di r d. 784

quadrato di r t. 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$.
r t. radice 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$.

Pono s t. 1. cosa. il suo quadrato è 1. censo. Il quadr. di r t. è 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. però il quarato di s r, è 1. ce. p. 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$.
i r. 36 $\frac{1}{2}$. piu radic. L. s r, rad. L, 1. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L,
i s. 36 $\frac{1}{2}$, meno rad. L, 1. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L.
quadrato di i s. 1332 $\frac{1}{4}$. piu 1. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. meno (radice L, 1. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L, volte 73.)
quadrato di i o. 267 $\frac{3}{4}$.

quadrato di s. 1727 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. piu 1. censo meno (radice L, 1 censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L. volte 73.)

Ma o t. è 38 $\frac{3}{8}$. & t s. è 1. cosa; però o s. resta 38 $\frac{3}{8}$. meno 1. cosa: Et il quadr. d'essa o s, è 1472 $\frac{1}{6}\frac{4}{4}$. meno 76 $\frac{3}{4}$. meno cose piu 1. censo; però è eguale a 1727 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. piu 1. censo L, 1. (radice L, 1. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$ L, volte 73.) Cioe radice 4. censo piu 127 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L, volte 73, eguale a 76 $\frac{3}{4}$. cose piu 257 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$. Et partendo per 73. sarà radice L, 1 censo piu 12 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. L, eguale a $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{1}{2}$. cose piu $\frac{8}{2}\frac{1}{3}\frac{5}{3}\frac{1}{6}$. Et quadrando le parti, & seguendo all'Equatione si peruerrà a censi, & cose eguale a numero, Equatione sempre solubile, & che hà sempre vna sola valuta della cosa.

Operatione fatta nel modo vltimo mostrato per trouare il lato c d.

c r, 48. o d. 64.

Fig. 37. o r, base comune alli dui Triangoli di lati noti.

lati o c. 20
r c 48
somma 68
differenza 28

lati o d. 64
r d 28
somma 92
differenza 36

g o. 3 $\frac{4}{5}$
o r. 40
r l. 21 $\frac{3}{5}$
g l. 65 $\frac{1}{5}$
65 $\frac{1}{5}$

c m. rad. 385 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ m̃ rad. 326 $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ 9639
rad. 385 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ m̃ rad. 326 $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ 8151

385 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$
326 $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

78567489
3142699 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ 2456
125703 $\frac{6}{6}\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ 581

bale

base 40 1904 base 40 3312 $4251\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ qua.di c m.$711\frac{2}{5}$.m ra.$502831\frac{5}{6}\frac{8}{2}\frac{1}{5}$

quad.di g l. quadr.di m d.$4251\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

somma de casi.$47\frac{3}{5}$ sōma de casi $82\frac{4}{5}$ qu.di c d.$4962\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ m r.502381

differente base 40 base differ. 40 c d.ra.l $4962\frac{1}{2}\frac{6}{5}$.m ra.502831

$7\frac{3}{5}$ $42\frac{4}{5}$ Ouero

o g. $3\frac{4}{5}$ r l. $21\frac{2}{5}$ caso maggiore o l.$61\frac{2}{5}$ 709

caso minore fuori caso minore fuori lato o d. 64

della base. della base. 12831

g o $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$ suo qu. $14\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ caso r l. $21\frac{2}{5}$ somma $125\frac{2}{5}$ meno 709 & più

quadr. di c o. 400 lato r d 28 differenza $2\frac{3}{5}$ con $4962\frac{1}{2}\frac{6}{5}$

quadr. di c g. $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ somma $49\frac{2}{5}$ $1630\frac{1}{5}$ fa $4253\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ & più

c g. rad.$385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ differenza $6\frac{3}{5}$ 65

Ouero prodotto $326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

g r. $43\frac{4}{5}$ 296 $\frac{2}{5}$ quadrato di d l. 653

$9\frac{2}{2}\frac{4}{5}$ d l. radice $326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ cioe 65 & più sarà c d

47961 $19\frac{1}{2}\frac{6}{5}$

quadr.di g r. $1918\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ qua.di d l. $326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

quadr. di c r. 2304 d l.rad.$326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

quadr. di g c. $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$

c g. rad. $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$

Operatione fatta nel modo vltimo mostrato per trouare la c d, nella figura A,

A o d.64 c r 48

Figura 38.

lati o d. 64 c g.rad.$385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ d l.rad.$685\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

r d. 32 9639 17136

1071 1904

somma 96 153 272

differenza 32 9 16

radice $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$

g $3\frac{3}{5}$ o 40 r

o r. base commune alli dui Triangoli c o r, d o r,

g o $3\frac{3}{5}$. o r. 40. r l.$18\frac{2}{5}$. però g l. sarà 62. Et nel Triangolo rettangolo c m d. la base c m, equidistante, & eguale a detta g l, sarà medesimamente 62.

base 40 3072

somma de casi $76\frac{4}{5}$

base differēza 40

$36\frac{4}{5}$

caso minore r l.$18\frac{2}{5}$

8464

quadr.di r l.$338\frac{1}{2}\frac{4}{5}$

quadr.di r d. 1024

quadr.di d l.$685\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

d l.radice $685\frac{1}{2}\frac{1}{5}$

c g. a d l d. è come da rad.9. a radice 16. cioe come da 3. a 4. cioe quando c g. si pona 3. l d. è 4. però m d. loro differenza sarà 1. & così m d. è l'$\frac{1}{3}$. di c g. ouero l'$\frac{1}{4}$ di d l. però è ra.$42\frac{2}{2}\frac{1}{5}$.

quadrato di m d. $42\frac{2}{2}\frac{1}{5}$

quadrato di c m. 3844

quadrato di c d. $3886\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. però essa c d sarà radice $3886\frac{2}{2}\frac{1}{5}$. cioe $62\frac{1}{6}\frac{1}{2}$, & più.

SI darà ho a vn'esempio nell'ASTRONOMIA, & sia nel calculare i tempi degl'aspetti de i Pianeti, poniamo delli dui lumi narij Sole, & Luna, & loro Congiuntioni; (qual Congiuntione loro massime, ò vogliamo dire, fare della Luna, ò Volta della Luna, ò Luna nuoua; Et la loro Oppositione, ò vogliamo dire Plenilunio, ò Tondo della Luna; & anco i loro Quadrati, ò Quarti della Luna, sono necessarijssimi da sapere, & di continuo vso;) dicendo; L'anno 1610. Domenica alli 20. di Giugno a mezo dì si dice che il Sole si trouarà in gradi 28. minuti 23. secondi 51. di Gemini, & che alli 21. a mezo dì sarà in g.29. m.21. secondi 10, di Gemini. la Luna a mezo dì delli 20. di Giugno che sarà in g.19 minuti 3. di Gemini, & alli 21, a mezo dì che ella sarà in g 4. m 1. di Cancer; di modo che fra il tempo quale è dal mezo dì delli 20. di Giugno al mezo dì delli 21. la Luna andarà a fare la Congiuntione con il Sole, si domanda a quāte hore doppo mezo dì delli 20. questo occorrerà, cioè a che tempo sarà la Luna nuoua. Qui l'accorto Studente dell'Algebra, se bene non sappia Astronomia, nè le Regole, ò Tauole, che in tali occorrenze vsano gli Astronomi guidato solo dal giudicio, & dottrina Algebratica potrà considerare che alli 20. di Giugno a mezo dì, essendo la Luna in g.19 m.3. di Gemini, & il Sole in gr.28.

23.51.

23.51. di Gemini, viene la Luna ad essere lontana dal Sole ancora gr. 9. m. 20. secondi 51. Et perche ella al mezo dì delli 21. sarà in g. 4. m. 1. di Cancer, ella verrà in questo tempo che è da vn mezo dì all'altro, quale diremo hora importare 24. hore (lassando la Equatione de' giorni che poco resulta) a passare g. 10. m 57. di Gemini, & g. 4. m. 1. di Cancer, cioè in tutto g. 14. m. 58. del Zodiaco, ò circonferenza del Circolo de' 12. Segni; Onde ella (come s'è detto) senza dubio in questo tempo arriuarà a fare la Congiuntione con il Sole quale sarà ancora in Gemini in g. 29. 21. 10. & in esse 24. hore hauerà solo passato g. 0. m. 57. secondi 19. di circonferenza nel Gemini (che è la differenza quale si troua da g. 28. 23. 51. a g. 29. 21. 10.) Periche esso Studente si ridurrà a fingere, ò formare il seguente quesito dicendo. Il Sole in 24. hore passa, ò vogliamo dire ha di moto apparente m. 57. secondi 18. Et la Luna g. 14. m. 58. qual Luna andando verso il Sole gli è lontana g. 9. m. 20. secondi 51. si domanda quanto tempo gli bisogna ad arriuarlo? Questo tempo conuiene che sia tale che in esso mouendosi il Sole, & la Luna (& si suppone che in questo spatio di 24. hore ciascuno d'essi dui Luminarij habbi moto apparente eguale, cioè, che in tempi eguali passino spatij eguali, che se bene questo non è realmente vero, si piglia nondimeno da gli Astronomi per vero, poiche insensibile è si può dire la varietà che ne può deriuare) essi poi all'hora si trouino precise in vn'istesso grado, minuto, &c. del Zodiaco nel segno de Gemini nel quale sarà il Sole; per ilche lo Studente senz'altra fatica ponerà che esso tempo sia 1 ɫ, cioe che questa loro congiuntione occorra 1 ɫ. d'hore dopo il mezo dì delli 20. di Giugno, & per vedere all'hora doue sarà il Sole potrà dire. In hore 24. il Sole passa m. 57. secondi 19. che passarà egli in hore 1 ɫ, & vedrà che passarà minuti 57 ɫ piu secondi 19 ɫ. esimo il tutto di 24; cioe (minuti 2. piu secondi 23 $\frac{7}{2\,4}$) ɫ; Onde agginnto questo al luogo doue egli era alli 20. di Giugno a mezo dì. cioe a gradi 28. 23. 51. di Gemini fa g. 28. 23. 51. piu (min. 2. secondi 23 $\frac{7}{2\,4}$) ɫ; che sarà il luogo doue il Sole si trouarà al tempo supposto. Similmente per vedere doue all'hora sarà la Luna potrà dire, In hore 24. la Luna passa g. 14. m. 58. quanto passarà ella in hore 1 ɫ? & verrà a passare (minuti 37 piu secondi 25) ɫ. quali giunti a g. 19. m. 3. di Gemini doue ella era alli 20. di Giugno a mezo dì, fa g. 19. m. 3. piu (m. 37. secondi 25) ɫ, che sarà il luogo della Luna al medesimo tempo supposto, ma questo deue essere il luogo istesso che è quello del Sole nel Zodiaco, quale si è trouato essere gr. 28. 23. 51. piu (minuti 2. secondi 23 $\frac{7}{2\,4}$) ɫ; Onde siamo peruenuti all'Equatione, & si ha g. 19. m. 3. piu (min. 37. secondi 25) ɫ Eguale a g. 28. 23. 51. piu (minuti 2. secondi 23 $\frac{7}{2\,4}$ ɫ. Cioe g 9. m. 20. secondi 51. eguale a (m. 35 secondi 1 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ ɫ. Che riducendo ciascuna parte a secondi, commune denominatione si hauerà secondi 2101 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ ɫ, eguale a secondi 33651. cioe, (lassando hora la commune denominatione di secondi) si hauerà 2101 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ ɫ. eguale a 33651. Et la cosa valerà 16 $\frac{\ }{5}\frac{\ }{0}\frac{5}{4}\frac{6}{4}\frac{8}{1}$; per ilche il tempo cercato che fu posto essere hore 1 cosa; sarà hore 16 $\frac{\ }{5}\frac{\ }{0}\frac{5}{4}\frac{6}{4}\frac{8}{1}$, cioe hore 16. minuti 0. secondi 40 $\frac{2}{5}\frac{7}{0}\frac{1}{4}\frac{6}{4}\frac{9}{1}$. Et cosi diremo che a hore 16 min. 0. secondi 41. in circa (che è il rotto $\frac{2}{5}\frac{7}{0}\frac{1}{4}\frac{6}{4}\frac{9}{1}$; perche è piu d'$\frac{1}{2}$. si può pigliare per 1. che giunto al 40. fa 41; benche questi secondi 41. si pigliariano perciò per 1. minuto, & cosi il tempo cercato si diria essere quasi hore 16. minuti 1.) dopo mezo dì delli 20. Giugno, sarà la Congiuntione de *Luminarij*, cioè saranno in vn medesmo segno, grado, & minuto, ò vogliamo dire in vn medesmo luogo del Zodiaco; *Et* ben si vede che in detto tempo di hore 16 $\frac{\ }{5}\frac{5}{0}\frac{6}{4}\frac{8}{4}\frac{3}{1}$, il Sole hauerà passato minuti 38 sec. 14 $\frac{1}{5}\frac{4}{0}\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{5}{1}$ quali giunti a g. 28. 13. 51. di Gemini doue si trouaua fa g. 29 m. 2. secondi 5 $\frac{1}{5}\frac{4}{0}\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{5}{1}$. di Gemini, che è il luogo nel quale sarà il Sole al tempo trouato. Et in esse medesime hore 16 $\frac{\ }{5}\frac{5}{0}\frac{6}{4}\frac{8}{4}\frac{\ }{1}$. la Luna hauerà passato g. 9. m. 59. secondi 5 $\frac{1}{5}\frac{4}{0}\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{5}{1}$, quali giunti a g. 19. m. 3. di Gemini doue si trouaua fa g. 29. min. 2. secondi 5 $\frac{1}{5}\frac{4}{0}\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{5}{1}$ di Gemini, che è il luogo nel quale sarà la *Luna* all'istesso tempo trouato, quale perche è precise il luogo doue habbiamo veduto che sarà all'hora il Sole conosciamo d'hauere calculato, & risposto bene: Et anco vediamo che essa Congiuntione de i Luminarij si farà in gradi 29. minuti 2. (lassando andare quelli pochi secondi) di *Gemini*.

Se mò di qui vorremo cauarne la Regola numerale, per potere senz'Algebra calculare, & trouare il tempo de gl'Aspetti de' pianeti, ò adoprare in casi simili; Consideraremo che quando siamo peruenuti all'Equatione doue si è hauuto g. 28. 23. 51. piu (m. 2 23 $\frac{7}{2\,4}$) ɫ. Eguale a g. 19. m. 3. to moltiplicandolo per 24. che ne verranno hore 9 $\frac{3}{1\,3}$ quarta quantità cercata; Ma le istesse hore 9 $\frac{3}{1\,3}$, mediante li tre medesimi numeri gradi 13. hore 24. gradi 5. l'Algebra ci insegna trouarle partendo 13. per 24. & con l'auenimento $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$, partendo il 5, che ne viene il 9 $\frac{3}{1\,3}$. numero delle hore cercate, però ci viene a insegnare che questa Regola del Tre che dice; Se gradi 13. vuole hore 24. che vorrà gradi 5. cioe se lo spatio di gradi 13. importa il tempo di hore 24 che importarà lo spatio di gradi 5. Si può esequire con due partitioni, come si è detto. Io sono stato lungo in questo Discorso, & volontieri, non tanto per mostrare la somma eccellenza dell'Algebra a chi và speculando in essa con il modo naturale, reale, piano, & facile, quanto acciò lo studioso diligente, vegga, che leggendolo attentamente si imprimerà nell'intelletto saldi fondamenti di vera dottrina

trina

esso numero delle cose, cioe m.37.25. viene ad essere il moto horario (ò d'vn'hora d'esso giorno, che è dalli 20. alli 21. di *Giugno*) della Luna, qual moto horario, o numero che lo mostra è sempre maggiore del moto horario del Sole, così come il moto diurno della Luna è sempre maggiore del moto diurno del Sole; Et poi cõ il numero di questo restãte di cose, che sono (m.35.1 $\frac{\ \ 1}{2\ 4}$) ✝ (cioe con il numero della differẽza d'essi dui moti horarij detti) per trouare il valore della ✝, cioe quãte hore importa il tempo cercato posto essere hore 1 ✝, si è partito la differenza sopradetta di g.9.20.51. nella quale il Sole è più auanti della Luna, ò vogliamo dire nella quale la Luna è più indietro del Sole alli 20. di Giugno, & l'auenimento che è stato 16 $\frac{5\ 6\ 8}{5\ 0\ 4\ 4\ 1}$ è anco il numero delle hore cercato, & perciò si è concluso che la Congiuntione de i Luminarij sarà alli 20 di Giugno a hore 16.m.o.secondi 41. in circa dopo mezo dì.

Luogo del Sole alli 20.g.28.23.51. di Gemini.	Luogo della Luna alli 20 g.19.3. di Gemini.
alli 21.g.29.21.10.	alli 21.g.4.1.di Cancer
moto diurno del Sole g. 57.19.	moto della Luna in hor.24.g.14.58.

pono che si congiungano in tempo di hore 1 ✝, dopo mezo dì delli 20.

hore 24.m.57.19.hore 1 cosa	hore 24.g.14.58.hore 1 cosa
m.2.23 $\frac{\ \ 7}{2\ 4}$ cose	m.37.25.cose
faria il Sole ĩ g.28 23.51.p̃(m.23.24 $\frac{\ \ 7}{2\ 4}$ ✝)	faria la Luna in g.19.3.p̃(m.37.25) ✝

però g.28.23.51.piu(m.2.23 $\frac{\ \ 7}{2\ 4}$) ✝. Sarà egnale a g.19.3.piu(m.37.25) ✝

Cioe g.9.20.51. Eguale a (m.35.1 $\frac{1\ 1}{2\ 4}$) cose

560

Cioe secondi 33651. Eguale a secondi 2101 $\frac{1\ 7}{2\ 4}$ cose

Cioe 33651. Eguale a 2101 $\frac{1\ 7}{2\ 4}$ cose

807624. 50441

16 $\frac{5\ 6\ 8}{5\ 0\ 4\ 4\ 1}$ vale la ✝. però in hore 16 $\frac{5\ 6\ 8}{5\ 0\ 4\ 4\ 1}$ dopo mezo dì delli 20. di Giugno la *Luna* arriuarà al luogo del Sole.

34080. minuti
2044800. secondi

40

Cioe in hore 16. minuti o. secondi 40 $\frac{1\ 7\ 1\ 6\ 9}{5\ 0\ 4\ 4\ 1}$

Questo inteso, facilmente conosceremo la regola numerale da calculare tali aspetti de' Pianeti, ò loro Congiuntione potere essere la seguente.

Cauisi il moto horario del pianeta manco veloce dal moto horario del pianeta più veloce, & con il restante si parta la differenza, che è dal luogo del pianeta più veloce che è in dietro, dal lougo del pianeta manco veloce che è auanti, & l'auenimento, cioe il numero delle volte che la differenza detta de i due moti horarij entrarà nella differenza detta delli dui luoghi de i pianeti, sarà il numero delle hore dopo il mezo dì, del giorno antecedente, o primo delli dui adoprati, al quale occorrerà la Congiuntione loro.

Hora si può auertire che a cauare il moto horario del pianeta manco veloce poniamo del Sole (& sia che il Sole habbi di moto in vn giorno gr.1. che così in hore 1. hauerà gr. $\frac{\ \ 1}{2\ 4}$) dal moto horario del pianeta piu veloce, poniamo della Luna (& sia che la Luna habbi di moto in vn giorno g.14. che così in vn'hora hauerà g. $\frac{1\ 2}{2\ 4}$) perche il restante d'essa sottrattione (hora g. $\frac{1\ 1}{2\ 4}$) sarà quello in che il moto horario della *Luna* supera il moto horario del Sole, questo medesmo si trouaria più breuemente se cauato il moto diurno del Sole dal moto diurno della *Luna* (cioe hora g.1 da g.14) che rimanerà la differenza de' moti diurni loro (hora g.13) questo si partirà per 24. numero delle hore del giorno che pure l'auenimento (hora g. $\frac{1\ 1}{2\ 4}$) sarà la differanza del moto horario del *Sole* al moto horario della *Luna*. Onde dando la Regola si può dire. Cauisi il moto diurno del pianeta mãco veloce dal moto diurno del pianeta piu veloce, & il restante si parta per 24, (numero delle hore del giorno) & cõ l'auenimento (che viene ad essere la differenza de i moti horarij loro) si parta la differenza che è dal luogo del pianeta piu veloce, &c. Che se la differẽza d'essi dui luoghi fusse poniamo g.5. (supposto il Sole essere nel mezo di delli dui giorni che si adoprano in g.13. & in g.14 de Pesci, Et la Luna in g.8. & g.22. de Pesci) a partire 5. num. d'essi gradi per $\frac{1\ 1}{2\ 4}$, differenza de moti horarij loro, & ne viene $9\frac{\ \ 3}{1\ 4}$, questo $9\frac{\ \ 3}{1\ 4}$ saria il num. delle hore dopo il mezo dì del giorno antecedente delli dui adoprati, che mostrarebbe il tempo della Congiuntione d'essi dui pianeti.

Per il Sole

hore 24 m.57.19 hore 16 $\frac{568}{50441}$

19.6$\frac{1}{2}$ secondi 3439

27512
192584

1210584 1955352

742768
secondi 1 $\frac{93846}{151323}$
minuti 38.secondi 12$\frac{1}{2}$

gradi 28.m.23.secondi 51
50441

42405
In tutto g.29.m.2.secondi 5 $\frac{14135}{50441}$

Per la Luna

hore 24 g.14 58 hore 16 $\frac{568}{50441}$

4.19$\frac{1}{2}$ minuti 898

7184
50288

1210584 510064
151323 m.63758
50441 sec.1275160

secondi 25 $\frac{14135}{50441}$
g.9.m.58.sec.40

g.19. 3

In tutto g.29.m.2.secondi 5 $\frac{14135}{50441}$

Ancora si può notare che per partire il 5. per $\frac{13}{24}$, si moltiplica esso 5. per 24. denominatore del rotto $\frac{13}{24}$ partitore, qual 24. è sempre il numero delle hore del giorno (intendendo sempre il rotto non schifato) che fa 120. & questo 120. si parte per 13. numeratore del rotto istesso $\frac{13}{24}$, partitore, qual 13. è il numero de i gradi della differenza de i moti diurni de i dui pianeti, & ne viene $9\frac{3}{13}$. numero delle hore cercate per la congiuntione de i dui pianeti; Onde si vede che moltiplicando 5. numero delli gradi della differenza de i dui luoghi detti, via 24 numero delle hore del giorno, & il prodotto partirlo per 13. numero delli gradi della differenza de i moti diurni, ne vengono le hore cercate: Il che se lo riduciamo a Regola del Tre, vedremo che è quanto a dire. Se gradi 13. differenza de i moti diurni importa hore 24. che importa gradi 5, differenza de dui luoghi detti; nella quale moltiplicando 24. seconda quantità per 5. terza, & il prodotto 120. partendolo per 13. prima ne viene il $9\frac{3}{13}$, hore cercate. Et di già sappiamo che ancora per esequire questa Regola del Tre, si può prima partire la seconda per la prima, cioè 24. per 13. che ne viene $\frac{13}{24}$, & questo moltiplicarlo per la terza 5. che fa pure $9\frac{3}{13}$, quarta: Cioè partire 24. numero delle hore del giorno per 13. differenza de i dui moti diurni, & l'auenimento moltiplicarlo per 5. differenza de i dui luoghi detti. Si potria anco prima partire la terza per la prima, cioè 5. per 13. che ne viene $\frac{5}{13}$, & questo moltiplicarlo per la seconda 24, che fa pure $9\frac{3}{13}$. Cioè partire 5 numero dei gradi della differenza de i dui luoghi detti per 13. numero de gradi della differenza de i dui moti diurni; & l'auenimento moltiplicarlo per 24. numero delle hore del giorno; & anco si può esequire essa Regola del Tre con due partitioni (come si è mostrato nel nostro Trattato d'essa Regola del Tre) cioè partendo la prima quantità 13. per la seconda 24. & con l'auenimento $\frac{13}{24}$, partire poi il 5. terza, che ne viene pure il $9\frac{3}{13}$, quarta; & questo è a punto il modo simplicemente estratto dall'Algebra; Onde ci accorgiamo anco di più, che questa mirabile Dottrina Algebratica, ò Cossica, andando noi giudiciosamente speculando intorno alla sopradetta operatione, ci faria anc'ella venire in cognitione che vna Regola del Tre si può esequire (cioè trouare la quarta quantità cercata, con due partitioni, quando bene noi non ne hauessimo notitia per altra strada; Perche finalmente, conoscendo noi che se la Luna auanza di moto il Sole in vn giorno, cioè in 24. hore, per gradi 13. & che perciò di continuo ogn'hora, &c. se gli và accostando, essendogli mò lontana solo gradi 5. lo arriuarà auanti alle hore 24. & in tal parte delle hore 24. qual parte è gradi 5. che gli mancano di gradi 13. in che lo soprauanza di moto, vediamo che per trouare essa parte di giorno si viene a dire; Se gradi 13. si auanzano in hore 24. li gradi 5. in quante hore si auanzaranno? & vedremo moltiplicando 24 per 5. & partendo il prodotto per 13. ouero partendo prima 24 per 13. & poi moltiplicando l'auenimento per 5. ouero partendo prima 5. per 13. & l'auenimento moltiplicandolo per 24 che ne veranno hore $9\frac{3}{13}$. quarta quantità cercata; Ma le istesse hore $9\frac{3}{13}$. mediante li tré medesimi numeri gradi 13. hore 24. gradi 5. l'Algebra ci insegna trouarle partendo 13. per 24. & con l'auenimento $\frac{13}{24}$, partendo il 5. che ne viene il $9\frac{3}{13}$. numero delle hore cercate, però ci viene a insegnare che questa Regola del Tre che dice; Se gradi 13. vuole hore

re

re 24. che verrà gradi 5. cioe se lo spatio di gradi 13. importa il tempo di hore 24. che importarà lo spatio di gradi 5. Si può esequire con due partitioni, come si è detto. Io sono stato lungo in questo Discorso, & volontieri, non tanto per mostrare la somma eccellenza dell'Algebra a chi vâ speculando in essa con il moto naturale, reale, piano, & facile, quanto acciò lo studioso diligente, vegga, che leggendolo attentamente si imprimerà nell'intelletto saldi fondamenti di vera dottrina. Ma quanto alli 4. modi di adoprare li 3. numeri, gradi 13 hore 24 & gradi 5. per trouare le hore 9 $\frac{3}{13}$, cercate noi vediamo che da essi possono deriuarsi quattro Regole; L'vna sarà la già descritta con le due partitioni, vn'altra potrà darsi, dicendo; Moltiplichisi 24. numero delle hore del giorno per il numero de i gradi della differenza che è dal luogo, &c. & il prodotto si parta per il numero de i gradi che resta a cauare il moto diurno del pianeta manco veloce dal moto diurno del pianeta più veloce, che l'auenimento sarà il numero delle hore cercate. Vn'altra potrà dire. Partasi 24. numero delle hore del giorno per il numero de gradi che resta a cauare il moto diurno del pianeta manco veloce dal moto diurno del pianeta più veloce, & l'auenimento si moltiplichi via il numero de i gradi della differenza che è dal luogo, &c. che il prodotto sarà il numero delle hore cercato. Et l'altra potrà dire; Partasi il numero de i gradi della differenza che è dal luogo, &c. per il numero de i gradi della differenza del moto diurno de i dui pianeti; & l'auenimento si moltiplichi per 24. numero delle hore del giorno, che il prodotto sarà il numero delle hore cercato.

Et per esemplicare anco questa Regola nella applicatione d'essa a gli aspetti de' pianeti, sia che si cerchi sapere il tempo, nel quale occorrerà la Oppositione che segue d'essi dui Luminarij, de i quali il Sole lunedì alli 5. di Luglio 1610. a mezo dì sarà in gradi 12. minuti 43. secondi 21. di Cancer, & la Luna in gradi 5. minuti 10. di Capricorno, segno al Cancer opposto, & poco lontana alla oppositione del Sole; di modo che douendo essa Luna essere il seguente giorno Martedì alli 6. di Luglio in gradi 16. minuti 56. di Capricorno, si vede che ella hauerà passato il luogo d'essa Oppositione; poiche il Sole ad esso mezo dì delli 6. Luglio sarà solo in gradi 13. 40. 39. di Cancer, & però che la Oppositione loro occorre frà il mezo dì delli 5. & il mezo dì delli 6 di Luglio; per trouar mò quante hore doppo il mezo dì delli 5. ella occorra, & consequentemente poi in che grado, &c. sarà il Sole, & quale sarà il grado oppostoli nel Zodiaco doue si douerà trouare la Luna; Noi vsando la Regola mostrata, cauaremo il moto diurno del Sole dal moto diurno della Luna, & la differenza gradi 10, minuti 48. secondi 42. sarà quanto auanza la Luna di moto in hore 24 Ancora cauaremo il luogo della Luna minore, cioe delli 5. di Luglio che è g. 5 m. 10 di Capricorno, dal luogo opposito al luogo del Sole il dì istesso 5. di Luglio, che è g. 12. 43. 21. di Capricorno, & il restante g. 7. 33. 21. mostra quanto conuiene che auanzi la Luna di moto per arriuare alla oppositione del Sole. Onde hora si fingerà vna Regola del tre, o questo che dica, la Luna soprauanza di moto g. 10. 48. 42. in hore 24. a soprauanzare solo g. 7. 33. 21. quãte hore bisognaranno? Onde adoprando qual si vogli de modi conuenienti alla Regola del tre, trouaremo che gli bisognaranno hore 16. minuti 46 $\frac{3}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. Et così si potrà concludere che hore 16 min. 46. (lassando andare il rotto che è manco d'$\frac{1}{2}$ minuto) doppo il mezo dì delli 5. Luglio sarà la Oppositione della Luna con il Sole. Et se a tal tempo calcularemo il luogo della Luna vedremo che ella sarà in g. 13. min. 13. secondi 23. terzi 40 $\frac{6}{6}\frac{3}{4}\frac{3}{8}\frac{6}{7}$. di Capricorno, che è opposto al luogo doue conuerrà che sia il Sole, & doue lo trouaremo a punto, essere calculando il moto d'esso.

Con l'occasione d'hauer calcolate dette Congiuntione, & Oppositione de i Luminarij, saprà anco il Lettore che in ciascuno d'essi dui tempi (per essere la Luna molto vicina alla Eclittica) occorrerà Eclisse; nel primo, cioe nella Congiuntione occorrerà l'Eclisse del Sole, mà a quei paesi a i quali il Sole sarà alto sopra all'Orizonte a bastanza; & nel secondo, cioe nella Oppositione de Luminarij, occorrerà l'Eclisse della Luna a quei paesi che in tal tempo la haueranno sopra all'Orizonte, che delle parti eclissate de i Luminarij, delle dimore nell'Eclisse, & delli loro principio, & fine non occorre hora trattare.

Per il Sole

alli 5. di Luglio in g. 12. 43. 21. di Cancer
alli 6. 13. 40. 39.

moto diurno del Sole m 57. 18.

hore moto del Sole hore
24 min. 57. 18. 16 46 $\frac{3}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$
4 9. 33. 8 23 $\frac{1}{6}\frac{3}{4}\frac{5}{8}\frac{6}{7}$
2

45409
13974

221369
34
26759
34 $\frac{8}{6}\frac{1}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$
96073

m. 120.

m.120.ſecon.573 min.503 $\frac{1}{6}\frac{1}{4}\frac{5}{8}\frac{0}{7}$
40 191 via 191

1159
22021

811
175960

96107 $\frac{2}{6}\frac{8}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{7}$
ſecondi 2402 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{0}{8}\frac{0}{7}$

moto del Sole minuti 40. 2 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{0}{8}\frac{0}{7}$
era in g.12.43.21.di Cancer

Il Sole ſarà in gradi 13.23.23 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{0}{8}\frac{0}{7}$ di Cancer.

luogo del Sole alli 5. gradi 12. 43.21.
luogo della Luna alli 5. gradi 5. 10.
differenza de dui luoghi. gr.7.33.21.

Per la Luna.
alli 5.in gradi 5.10.di Capricorno
alli 6. 16. 56.

moto diurno gradi 11.46.
moto diurno del Sole. 57.18.

differenza de' moti g.10.48.42.importa hore 24.che importarà gradi 7.33.21.
minuti 648. 453. minuti
ſecondi. 38922. 27201. ſecondi.
652824.

importaranno hore 16.m. 46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$

hore 30072.
minuti.1804320.
24744.
13908.

hore	moto della Luna		hore m.
24.	gradi 11. 46.		16. 46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.

5. 51. per hore 12.
2. 57. 40. per hore 4.
1. 57. 40 per minuti 4.
19. 36. 40. per minuti 40.che ſono 10.volte m.4.ouero l' $\frac{1}{6}$. di h.4.
58. 50. per minuti 2. da terzi 3530. che darà minuti $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.
10. 30 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{8}$.per m. $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. 1159.

gradi 8. 13. 23. 40 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.moto della Luna 4091170.
in gradi 5. 10. di Capricorno era la Luna

630.

ſarà in gra. 13. 23.23.40 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.di Capr. luogo oppoſito al luogo doue ſarà il Sole.

19907.

Ouero

hore 24. | m.57.18. | hore 16.46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.

630 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.terzi

per hore 8. 19. 6.
per hore 8. 19. 6.
per minuti 40. 135. 30.
per minuti 6. 14. 19.30.
per min. $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{6}$. 51.11 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.
moto del Sole m.40. 2.40.41 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.
era in gradi 12.43.21. di Cancer.

ſarà in gr.13.23.23.40.41 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{7}\frac{3}{8}$. di Cancer.

minuti che darà minuti
6 | da ſecondi 14.19.30. | $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.
1. | 2.23.15.

via 8195.
terzi. 143.
quarti. 8595. 19923210.
3071.

Li minuti 40.ſono 5.volte 8.numero delle 8 hore,ma la denominatione d'eſſo 40.che è minuti, è vna denominatione più baſſa che le hore,che perciò 8. minuti importano ſecondi 19. 6.però li 40.minuti importano 5.tanti.

Ouero minuti 40.ſono l' $\frac{1}{1}\frac{}{2}$.di hore 8.però importano l' $\frac{1}{1}\frac{}{2}$. di minuti 19. 6.

Minuti 6.ſono l' $\frac{1}{4}$.di 24.numero delle hore 24.però daranno l' $\frac{1}{4}$. di minuti 57.18. ma ſaranno d'vna denominatione inferiore.

Si è fatta la operatione totale con intiera precisione,o giuſtezza per ſodisfattione de gli Studenti, che quanto all'vſo ſi laſſano andare i rotti delli ſecondi,& coſi la operatione rieſce aſſai breue, & diligente à baſtanza.

46221. quarti. 3701 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.
8120. terzi. 51.11 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.

Di-

DIamo ancora questo esempio nelle occorrenze Mercantili. Dui barattano seta à panno, la seta vale à contanti Lire 17. la libra, ma à baratto si pone Lire 19. & si vuole l' $\frac{1}{4}$. in contanti, il panno à contanti vale Lire 9. il braccio si domanda quanto si douerà mettere à baratto.

Ponasi che esso braccio del panno à baratto si deua ponere Lire 1. cosa, Et fingasi che il baratto si facci con vna quantità di seta à beneplacito, poniamo con libre 10. di seta, quali perciò in baratto saranno valutate Lire 190. & di queste volendo l' $\frac{1}{4}$. in contanti essi contanti saranno Lire 47 $\frac{1}{2}$ & le restanti Lire 142 $\frac{1}{2}$. si doueranno hauere in panno, Et per vedere quante braccia verria ad essere questo panno si dirà Se per Lire 1. cosa, si hà braccia 1. per Lire 142 $\frac{1}{2}$. quante braccia si haueranno, & operando vedremo che si doueranno hauere braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa, Onde per libre 10. di seta si verrà ad hauere braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa di panno, & Lire 47 $\frac{1}{2}$. perilche acciò il baratto sia eguale conuiene, che queste due quantità siano eguali, ò vogliamo dire importino la medesima quantità di denari, ma le libre 10. di seta da vna parte sappiamo che realmente; cioe à contanti vagliono Lire 170. però haueremo braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa di panno piu Lire 47 $\frac{1}{2}$. eguali à Lire 170. Perilche leuate le Lire 47 $\frac{1}{2}$. da ciascuna parte, si hauerà braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$. Et hora per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna delle due quantità per 1. cosa denominatore d'esso rotto haueremo braccia 142 $\frac{1}{2}$. eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$. cose, Ma le braccia 142 $\frac{1}{2}$. di panno realmente; cioe a contanti (a Lire 9. il braccio) vagliono Lire 1282 $\frac{1}{2}$. però Lire 1282 $\frac{1}{2}$. saranno eguali a Lire 122 $\frac{1}{2}$. cose; cioe tanto importa 1282 $\frac{1}{2}$. quanto 122 $\frac{1}{2}$. cose, Onde partendo 1282 $\frac{1}{2}$. per 122 $\frac{1}{2}$. numero delle cose, che ne viene 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. questo sarà il valore della cosa; Però il braccio del panno che si pose douersi ponere a baratto Lire 1. c., verrà a ponersi Lire 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. Et ben vediamo che quello dalla seta dandone libre 10. per le quali poste in baratto Lire 190. deue hauere Lire 47 $\frac{1}{2}$. di contanti, & Lire 142 $\frac{1}{2}$. in panno, che a Lire 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. il braccio trouato douersi ponere in baratto verrà ad essere braccia 13 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. Vediamo dico che per libre 10. di seta, dandosi braccia 13 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. di panno & Lire 47 $\frac{1}{2}$. si viene a punto per Lire 170. reale valore della seta à dare similmente altre Lire 170 perche le braccia 13 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. di panno realmente à Lire 9. il braccio vagliono Lire 122 $\frac{1}{2}$. che con le Lire 47 $\frac{1}{2}$. di contanti, fanno à punto Lire 170. come conuiene. Ouero si può anco dire, Per libre 10. di seta che realmente vagliono Lire 170. dandosi Lire 47 $\frac{1}{2}$. in contanti, & perciò restandosi à dare Lir. 122 $\frac{1}{2}$. realmente in panno; valendo il braccio realmente Lire 9. perche Lire 9. in Lire 122 $\frac{1}{2}$. entrano volte 13 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. vediamo che il panno deue essere braccia 13 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. come s'è trouato.

Pono il braccio del panno douersi ponere à baratto
1. cosa di Lire, ò vogliamo dire Lire 1. cosa
Suppono che si barattino libre 10. di seta
a Lire 19. la libra in baratto

---

vale Lire 190. a baratto
l' $\frac{1}{4}$. è Lire 47 $\frac{1}{2}$. che si vuole in contanti.

---

resta Lire 142 $\frac{1}{2}$. da hauere in panno
per *Lire* 1. cosa, si hà braccia 1. per *Lire* 142 $\frac{1}{2}$. che si hauerà.
Si haueranno braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa
però braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa piu Lire 47 $\frac{1}{2}$. sono eguale à lib. 10. di seta
à *Lire* 9. il braccio — à *Lire* 17. la libra

---

però *Lire* 1282 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa, piu *Lire* 47 $\frac{1}{2}$. sono eguali à *Lire* 170.
Cioe Lire 1282 $\frac{1}{2}$. esimo d' 1. cosa, Eguale à *Lire* 122 $\frac{1}{2}$.
Cioe *Lire* 1282 $\frac{1}{2}$. Eguale à *Lire* 122 $\frac{1}{2}$. cose
Lire 2565. *Lire* 245. cose;
però *Lire* 10 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$. sono eguali à *Lire* 1. cosa; Cioe
Vna Cosa di *Lire* viene ad essere *Lire* 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. & però
il braccio del panno à baratto s'hà da ponere *Lire* 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$.

Se di qui mò vorremo deriuarne la Regola numerale, Consideraremo che delle quantità della Equatione, il 170. è sempre il valore reale della seta che si baratta, il 47 $\frac{1}{2}$. che se ne caua è sempre quella parte del valore della seta à baratto che egli ricerca in contanti, Onde il 122 $\frac{1}{2}$. che resta, si troua pigliando l' $\frac{1}{4}$. (ricercato in contanti) del valore della seta a baratto, & cauarlo dal valore della seta a contanti, & questo restante è sempre partitore.

Il 1282 $\frac{1}{2}$. quale con esso partitore si parte; nasce a moltiplicare per 9. valore a contanti del braccio del panno il 142 $\frac{1}{2}$. che resta a cauare le *Lire* 47 $\frac{1}{2}$. quarta parte (che si ricerca a contanti) del valore della seta barattata à baratto dal 190. valore totale d'essa seta a baratto, che poi con il partitore 122 $\frac{1}{2}$. partito questo 1282 $\frac{1}{2}$. l'auenimento 10 $\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. è il cercato valore del braccio del panno a baratto, Onde la Regola in simili casi potrà essere questa.

Quando di dui che voglino barattare si sappia il valore della robba del secondo a contanti. & a baratto, & la parte in contanti che egli ricerca, Et ancora si sappia il valore della robba del secondo a contanti, & di qui si vogli trouare, quanto ella si deua ponere a baratto; Piglisi la parte ricercata in contanti dal primo del valore della sua robba à baratto, & essa parte si caui, & dal valore d'essa robba à baratto, & dal valore della medesima a contanti, & delli dui restanti chiamati B, & C, il maggiore B, (o che deriua dall'à baratto) si moltiplichi per il valore della cosa, o robba del secondo a contanti, & il prodotto si parta per il restante C, minore de i dui detti (cioe che deriua dall'à contanti) che l'auenimento sarà il valore della robba del secondo à baratto.

Se dunque hora vorremo adoprare questa Regola per soluere il Quesito del sopradetto baratto, sapendo che del primo la sua robba, o seta vale a contanti *Lir.* 17. & a baratto *Lir.* 19. & vuole l' $\frac{1}{4}$. in contanti, Et del secondo la robba, o panno vale a contanti *Lire* 9. noi seruendoci di questi prezzi (che non occorre supponere che si baratti più vna quantità di seta che vn'altra) delle *Lire* 19. a baratto della seta pigliaremo l' $\frac{1}{4}$, che è la parte domandata dal primo in contanti, & ne viene *Lire* $4\frac{3}{4}$. & questo cauaremo, & dalle *Lire* 19. dette a baratto, & dalle Lire 17. a contanti, & restano *Lire* $14\frac{1}{4}$. & *Lire* $12\frac{1}{4}$. o vogliamo dire (senza attendere hora alla denominatione, ma considerando i puri numeri) restano $14\frac{1}{4}$. & $12\frac{1}{4}$. de i quali il $14\frac{1}{4}$. che deriua dall'à baratto si moltiplichi per 9. contanti della robba, o panno del secondo, & fa $128\frac{1}{4}$. quale si parte per il $12\frac{1}{4}$. restante deriuato dall'à contanti, & ne viene $10\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. che è il numero dell'à baratto del secondo, Si dirà dunque che il secondo quello che à contanti vale 9. o *Lire* 9. deua ponere Lire $10\frac{2}{4}\frac{3}{9}$. a baratto. Auertendo che s'intende sempre che li dui valori; cioe cosi a contanti, come a baratto della robba del primo siano numeri d'vna medesima qualità, & denominatione; cioe, ò sempre *Lire*, o sēpre Sc. o sempre Pauli, o Ducatoni, &c. Et similmente che i dui valori a contanti, & a baratto della robba del secondo, siano d'vna medesma denominatione, & qualità, se bene non importa che ella sia l'istessa che è quella del valore della robba del primo; cioe Si può dire, Il primo hà seta che a contanti la libra vale Lira 17. & a baratto Lire 19. & vuole l' $\frac{1}{4}$. in contanti, Et il secondo hà panno che à contanti il braccio vale Ducatoni 2. Si domanda quanto lo douerà mettere a baratto? Che cosi, Cauato l' $\frac{1}{4}$. di Lire 19. cioe *Lire* $4\frac{3}{4}$. & da Lire 19. & da Lire 17. & il primo restante $14\frac{1}{4}$. moltiplicato con 2. numero delli Ducatoni del valore della robba del secondo a contanti fa $28\frac{1}{2}$. & questo partito per $12\frac{1}{4}$. restante secondo, & ne viene $2\frac{1}{4}\frac{6}{9}$. questo $2\frac{1}{4}\frac{6}{9}$. sarà il numero a baratto cercato per il secondo, & hauerà la medesma denominatione di Ducatoni che hà il 2. a contanti, Onde diremo che il secondo quello che à contanti vale Ducatoni 2. douerà a baratto ponerlo Ducatoni $2\frac{1}{4}\frac{6}{9}$.

Et se delli tre vltimi numeri che s'adoprano Lire $14\frac{1}{4}$. Lire $12\frac{1}{4}$. & Lire 9. Ouero Lire $14\frac{1}{4}$. Lire $12\frac{1}{4}$. Et Ducatoni 2. Consideraremo che moltiplicandosi il $14\frac{1}{4}$. per il 2. & partendo il prodotto per il $12\frac{1}{4}$. si viene à poteruisi intendere vna Regola del Tre che dica, Se *Lire* $12\frac{1}{4}$. (partitore) douentasse Ducatoni 2. che douentariano *Lire* $14\frac{1}{4}$.) Ouero Se Lire $12\frac{1}{4}$. douentano Lire $14\frac{1}{4}$. che douentarà Ducatoni 2. Il che a punto è quello che il giudicio naturalmente ci mostra douere essere il modo di soluere simili quesiti; Perche, Se il primo, Quello che vale Lire 17. pone Lire 19. & anco delle *Lire* 19. vuole la quarta parte; cioe Lire $4\frac{3}{4}$. in contanti; egli realmente viene a volere d'ogni libra di seta Lire $4\frac{3}{4}$. in contanti, ma ella a contanti vale Lire 17 però viene a restare ad hauere solo Lire $12\frac{1}{4}$. realmente; ma perche rispetto al ponerla Lire 19. in baratto & d'esse Lire 19. hauendo in contanti Lire $4\frac{3}{4}$. resta ad hauere ancora Lire $14\frac{1}{4}$. in panno, per ciascuna libra di seta; per la quale realmente non doueria restare ad hauere se non Lire $12\frac{1}{4}$. di qui è che si conosce che di quello che vale *Lire* $12\frac{1}{4}$. ne vuole *Lire* $14\frac{1}{4}$. cioe di *Lire* $12\frac{1}{4}$. vuol fare *Lire* $14\frac{1}{4}$. Onde acciò il baratto sia eguale conuiene che ella medesma proportione il secondo, quello che realmente vale Ducatoni 2. pona, o facci valere Ducatoni $2\frac{1}{4}\frac{6}{9}$. Et perciò si viene a dire, Se il primo di $12\frac{1}{4}$. fa $14\frac{1}{4}$. il secondo di 2. che douerà fare? Et cosi si troua il $2\frac{1}{4}\frac{6}{9}$. numero de Ducatoni che deue ponersi il braccio del panno à baratto. Altro Quesito.

Dui barattano, Vno hà Corsaletti che a contanti vagliono Scudi 10. l'vno, ma in baratto si pongono Scudi 12. l'altro hà Archibusi che a contanti vagliono Scudi 3. l'vno, Si domanda quanto si deuono mettere in baratto volendo l'vn terzo in denari, Et che il baratto sia eguale.

Ponasi che si deua mettere Scudi 1. cosa, & supponasi d'hauere a barattare vn numero d'Archibusi a beneplacito, poniamo 60. che cosi in baratto importaranno Scudi 60. cose de' quali douendosi hauere l'vn terzo in contanti si hauerà Scudi 20. cose, & il resto che è Scudi 40. cose, si douerà hauere in Corsaletti che a Scudi 12. l'vno si haueranno Corsaletti $3\frac{1}{3}$. cose, Onde per 40. Archibusi si hauerà Scudi 20. cose in contanti, & Corsaletti $3\frac{1}{3}$. cose questi a Scudi 10. l'vno importano Scudi $33\frac{1}{3}$. cose, che con li Scudi 20. cose contanti fanno Scudi $53\frac{1}{3}$. cose, Et questi si haueranno per li 60. Archibusi, ma essi realmente a Scudi 3. l'vno vagliono Scudi 180. però Scudi $53\frac{1}{3}$. cose importano quanto Scud. 180. cioe $53\frac{1}{3}$. 1. vagliono 180. cioe 160. 1. sono eguale a 540. onde la 1. vale

vale 3 $\frac{3}{8}$.perilche l'Archibuso che si pose douersi mettere Scu. 1. 4, a baratto si metterà Scu. 3 $\frac{3}{8}$.

Posto mò, che si barattino poniamo 200. Archibusi questi a Scudi 3 $\frac{3}{8}$. l'vno importaranno Scudi 675. de quali l'vn terzo è Scudi 225. che si hanno da hauere in contanti, & il restante che è Scudi 450. si deue hauere in Corsaletti che à Scudi 12. l'vno si haueranno Corsaletti 37 $\frac{1}{2}$. però per Archibusi 200. si haueranno Scudi 225. & Corsaletti 37 $\frac{1}{2}$. Questi a Scudi 10. l'vno vagliono realmente Sc. 375. che con li Sc. 225. contanti fanno Scu. 600. che si danno per hauere 200. Archibusi, ma essi 200. Archibusi a Sc. 3. l'vno vagliono ancora essi Scudi 600. però il baratto è eguale come si ricerca, Onde è chiaro che l'Archibuso a baratto si deue ponere Scudi 3 $\frac{3}{8}$. come s'è trouato.

Et dicendosi d'hauer a barattare 400. Archibusi, ma volere Scudi 500. in contanti, & il resto in Corsaletti, per sapere quanto si douerà mettere in baratto l'Archibuso, Poneremo che si metta Scudi 1. cosa, che li 400. importaranno Scudi 400. cose di questi cauandone Scudi 500. che si vogliano in contanti restano Scudi 400. cose meno 500. che si douranno hauere in Corsaletti che a Scudi 12. per Corsaletto saranno Corsaletti 33 $\frac{1}{3}$. cose meno 41 $\frac{2}{3}$. Onde per li 400. Archibusi che realmente vagliono Scudi 1200. si haueranno Corsaletti 33 $\frac{1}{3}$. cose meno 41 $\frac{2}{3}$. Et Scudi 500. Ma li Corsaletti 33 $\frac{1}{3}$. cose meno 41 $\frac{2}{3}$. a Scudi 10. l'vno vagliono realmente Scudi 333 $\frac{1}{3}$. cose meno 416 $\frac{2}{3}$. che con li Scudi 500. contanti fanno Scudi 333 $\frac{1}{3}$. cose piu 83 $\frac{1}{3}$. però tutto questo è eguale a Scudi 1200. & leuato Scudi 83 $\frac{1}{3}$. da ciascuna banda si hauerà 333 $\frac{1}{3}$. 4, eguale a Scudi 1116. $\frac{2}{3}$. cioe 1000. cose eguale a Scudi 3350. & la cosa valerà Scudi 3 $\frac{7}{20}$. però l'Archibuso in baratto si douerà ponere Scudi 3 $\frac{7}{20}$. Et cosi li 400 Archibusi importaranno Scudi 1340. che leuatone Scudi 500. da hauersi contanti restano Scudi 840. da riceuere in Corsaletti che a Scudi 12. l'vno saranno Corsaletti 70. però per li 400. Archibusi si haueranno 70. Corsaletti, & Scudi 500. che li 70. Corsaletti a Scudi 10. l'vno vagliono Scudi 700. quali con li Scudi 500. contanti fanno a punto Scudi 1200. vero valore delli 400. Archibusi, come conuiene.

Ma con modo discorsiuo si potrà dire li 400. Archibusi vagliono Scudi 1200. de quali riceuendone Scudi 500. in contanti restano Scudi 700. da riceuere in Corsaletti quali a Scudi 10. l'vno suo vero valore douranno essere Corsaletti 70. ma questi in baratto sono posti Scudi 12. l'vno però importano Scudi 840. che con li Scudi 500. contanti fanno Scudi 1340. però Scudi 1340. conuiene che in baratto importano li 400. Archibusi, onde Scudi 3 $\frac{7}{20}$. conuerrà che si pona l'Archibuso in baratto.

Et dicendosi. Dui barattono, Il primo ha seta che a contanti la libra vale *Lire* 17. & a baratto si pone *Lire* 19. Il secondo ha panno che il braccio a contanti vale Ducatoni 2. & a baratto si pone Ducatoni 2 $\frac{1}{3}$. Si domanda se il baratto sia eguale, Et se non è eguale, chi di loro dui deue domandare in contanti, & quanto, accioche esso baratto douenti eguale.

Prima per conoscere se il baratto è eguale potremo dire. Se Ducatoni 2. a contanti del secondo douentano Ducatoni 2 $\frac{1}{3}$. a baratto, le *Lire* 17. a contanti del primo quanto douranno douentare a baratto? Che moltiplicato 17. via 2 $\frac{1}{3}$. & il prodotto 39 $\frac{2}{3}$. partito per 2, ne viene 19 $\frac{5}{6}$. però *Lire* 19 $\frac{5}{6}$. si doueria ponere la libra della seta a baratto, ma la pone solo *Lire* 19. però si vede che il baratto è inequale, & è suantagioso per il primo, Esso primo dunque douerà domandare parte in contanti, Hora per trouare che parte, Ponasi che deua domandare Lire 1. cosa di contanti per libra di seta, quale cauato da *Lire* 17. a contanti, & ancora da *Lire* 19. a baratto restano Lire 17. meno 1. cosa, Et *Lire* 19. meno 1. cosa, Et cosi di *Lire* 17. meno 1. cosa, si viene à fare *Lire* 19. meno 1. cosa, però a questa ragione, o proportione diremo, quanto si doueria fare di Ducatoni 2. Onde moltiplicando 19. meno 1. cosa via 2. & partendo il prodotto per 17. meno 1. cosa haueremo 38. meno 2. cose esimo di 17. meno 1. cosa, Et questo sarà quanto si doueria mettere il braccio del panno baratto, ma si mette 2 $\frac{1}{3}$. però questo sarà eguale a 2 $\frac{1}{3}$. Et cosi essendo peruenuti alla Equatione, per trouar mò il valore della cosa; leuaremo il rotto, moltiplicando ciascuna delle due parti per il denominatore 17. m̃, 1. 4, & haueremo 38. m̃, 2. cose, eguale a 39 $\frac{2}{3}$. m̃, 2 $\frac{1}{3}$. cose, Cioe $\frac{1}{3}$. cose eguale ad' 1. $\frac{2}{3}$. che perciò la cosa valerà 5. & questo 5. verrà ad essere il numero delle Lire che deue domandare il primo in contanti per ciascuna lib. di seta, qual 5. perche è li $\frac{5}{19}$ delle Lire 19. che ella si mette in baratto, si dirà che il primo deue domandare li $\frac{5}{19}$. in contanti accioche il baratto sia eguale.

Quanto mò all'estraherne la Regola numerale, vediamo che l' $\frac{1}{3}$. numero delle cose partitore è sempre quello che resta a cauare 2. a contanti di 2 $\frac{1}{3}$. a baratto di quello che è vantagioso, (& si vede che è vantagioso perche moltiplicando il 2 $\frac{1}{3}$. a baratto di questo, via 17. dell'altro a contāti fa piu, (& è 39 $\frac{2}{3}$.) di quello che nasce a moltiplicare il 19. a baratto dell'altro, via il 2. a contāti di questo (che è solo 38.) & l'1 $\frac{2}{3}$. che si parte è quello che resta a cauare 38 (che nasce a moltiplicare il 2. a contanti del vantaggioso via 19. a baratto dello suantaggioso) da 39 $\frac{2}{3}$. (che nasce a moltiplicare 2 $\frac{1}{3}$. a baratto del vantaggioso via 17. a contanti dello suantaggioso, (& l'aue-

nimento

nimento 5. è il numeratore del rotto (essendo poi denominatore il *19*. numero a baratto dello suantaggioso) che mostra la parte quale lo suantaggioso deue domandare in contanti. Onde io per essere stracco lasso che lo Studente da se ne scriua la Regola in astratto.

Contanti 17. baratto 19. — prodotto 38. minore suantaggioso.
Contanti 2. baratto 2 $\frac{1}{3}$. prodotto 39 $\frac{2}{3}$. maggiore vantaggioso.

differenza $\frac{1}{3}$. partitore. [1 $\frac{2}{3}$. maggioranza auenimento 5. ch'è numeratore,

à baratto dello suantaggioso, che è denominatore 19 — $\frac{5}{19}$. Rotto che mostra la parte, quale lo suantaggioso deue domandare in contanti,

Altro Esempio.

Robba del primo a contanti 20. a baratto 23. prodotto 161. maggiore vantaggioso
Robba del secondo à contanti. 7. a baratto. 8. prodotto 160. minore suantaggioso

differenza partitore. 3. | maggioranza da partire 1.

auenimento che è numeratore. $\frac{1}{3}$. esimo d'8. cioe che hà per denominatore 8. quale 8. è il numero a baratto dello suantaggioso, & però il rotto che se ne forma è $\frac{1}{24}$. quale $\frac{1}{24}$. è la parte che lo suantaggioso; (cioe hora il secondo) deue domandare in contanti, acciochè il baratto sia eguale.

Sia anco che si dica, In vna Cantina è Vino da *Lire* 8. la corba, da *Lire* 5. & da *Lire* 2. Si vuole mescolando insieme di ciascuno di questi, fare corbe 100. di Vino da *Lire* 4 $\frac{1}{5}$. la corba; ma in modo che per ogni corba del primo; cioe da *Lire* 8. la corba, ve ne siano corbe 3 $\frac{1}{2}$. del terzo; cioe da Lire 2. la corba, Si domanda quante corbe di ciascuna sorte se ne doueranno pigliare.

Ouero potiamo dire, Si vuol fare vn pagamento di Lire 420. ma dando corbe 100. di Vino di diuerse sorti; la prima sorte vale Lire 8. la corba, la seconda Lire 5. & la terza Lire 2. Et per ogni corba del primo ne deue andare corbe 3 $\frac{1}{2}$. del terzo, si domanda quante corbe di ciascuna sorte, se ne doueranno pigliare.

Poneremo che della prima sorte si pigli corbe 1. cosa; però della terza conuerrà pigliarne corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose; Onde il resto sino a 100. corbe, che è corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose douerà essere della seconda sorte, Et tutto questo deue valere Lire 420. Ma le corbe 1. cosa della prima sorte a Lire 8. la corba vagliono Lire 8. cose, Le corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose della terza a Lire 2. la corba vagliono Lire 7. cose; Et le corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$ cose della seconda a Lire 5 la corba vagliono Lir. 500 meno 22 $\frac{1}{2}$. cose quali valute sommate insieme fanno Lire 500 meno 7 $\frac{1}{2}$. cose, ma deuono essere Lire 420. però habbiamo *Lire* 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a *Lire* 420. Cioe (adoprando queste quantità in astratto) habbiamo 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a 80. perilche la cosa vale *10* $\frac{2}{3}$. Ma la cosa cioe 1. cosa fu posto essere il numero delle corbe da pigliarsi della prima sorte; però si dirà che d'essa prima sorte si piglino corbe 10 $\frac{2}{3}$. Et cosi della terza se ne pigliaranno corbe 37 $\frac{1}{3}$. Et il resto cioe corbe 52. della seconda, quali valeranno Lire 85 $\frac{1}{3}$. Lire 74 $\frac{2}{3}$. & *Lire* 260. Et però in tutto Lire 420. come si ricerca.

Prima corbe 1. cosa, Vagliono Lire 8. cose
Terza corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose. Lire 7. cose
Seconda corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose. Lire 500. meno 22 $\frac{1}{2}$. cose

somma *Lire* 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose
Eguale a Lire 420.
Cioe 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a Lire 80.
15. 160.
però la cosa vale 10 $\frac{2}{3}$.

Prima corbe 10 $\frac{2}{3}$.	Lire 85 $\frac{1}{3}$.
Terza corbe 37 $\frac{1}{3}$.	Lire 74 $\frac{2}{3}$.
Seconda corbe 52.	Lire 260.
corbe 100.	Lire 420.

Questo quesito in Astratto (come considera l'Algebra nella sua operatione) viene a significare. Diuidasi 100. in tre parti tali, che la terza sia volte 3 $\frac{1}{2}$. quanto la prima, Et di modo, che la prima moltiplicata per *8*. la seconda per 5. & la terza per 2. la somma delli tre prodotti sia 420. Che cosi si pone la prima parte essere 1. cosa; però la terza sarà 3 $\frac{1}{2}$. cose, Et la seconda 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose, Et li tre prodotti saranno il primo *8*. cose, il terzo 7. cose, & il secõdo 500. meno 22 $\frac{1}{2}$. che sommanno 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose; però questo è eguale à 420. somma ricercata, onde in questa equa-

tione

tione habbiamo 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a 80. perilche la cosa vale 10 $\frac{2}{3}$. Et perciò 10 $\frac{2}{3}$. farà la prima parte posta 1. cosa, &c.

Et cosi ne'i quesiti che vẽgono proposti conuiene che l'accorto Studente con il giudicio consideri quello che in astratto vogliono significare, & conosciutolo fingersi che siano proposti in astratto, & andare operando in astratto alla risolutione astratta d'essi, & poi congiungere, o accompagnare la risposta con le denominationi che se li ricercano.

ET dicendosi sono tre verghe lunghe dritte, egualmente larghe, & egualmente grosse a guisa di corpo quadrangolo rettangolo, delle quali vna che è d'oro di scudo pesa lib. 2. & onc. 7 $\frac{1}{4}$ & lunga misurine 13. larga misurine $\frac{3}{4}$. & grossa misurine $\frac{1}{2}$. perilche la sua grandezza viene ad essere il dutto di $\frac{1}{2}$. via $\frac{3}{4}$. & via 13. cioe 4 $\frac{7}{8}$. misurine corporee, o cube come si vogli dire; Vn'altra verga che è d'argento di ducatoni pesa lib. 6. & oncie 4 $\frac{1}{2}$. & è lunga misurine 19. larga misurine 1. & grossa misurine $\frac{2}{3}$. perilche la sua grandezza è misure corporee 12 $\frac{2}{3}$. Et l'vltima verga pesa lib. 8. & oncie 13 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. & è lunga misurine 21. larga 1. & grossa $\frac{3}{4}$. perilche la sua grandezza è misurine 15 $\frac{3}{4}$. Questa o che è tutta d'oro di scudo come la prima, o che vi è mescolato seco dell'argento di ducatone come la seconda; Onde stante questo si domanda se ella è veramente tutto oro di scudo, o se ui è mescolato dell'argento di ducatone quanto egli viene ad essere.

Noi sapendo che l'oro di scudo della prima verga e misurine 4 $\frac{7}{8}$. & pesa libre 2. & oncie 7 $\frac{1}{4}$. potremo dire; Se misurine 4 $\frac{7}{8}$. di grandezza d'oro di scudo, pesano oncie 31 $\frac{1}{4}$. le misurine 15 $\frac{3}{4}$. della terza per essere medesimamente oro di scudo, quanto doueria pesare, & vedremo che doueria pesare oncie 100 $\frac{2}{3}\frac{5}{6}$. ma essa terza verga pesa libre 8. oncie 3 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. cioe oncie 99 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. che è diuerso da oncie 100 $\frac{2}{2}\frac{5}{6}$. però vediamo che essa verga non è simplice oro di scudo come la prima, Et perche ella pesa manco di quello che se li conuerria, se fusse oro; vediamo che vi è mescolato come si pensa dell'argento, (che l'argento pesa manco dell'oro, cioe di due verghe eguali di grandezza l'vna d'oro, di scudo, & l'altra d'argento di ducatone, sappiamo quella d'argento pesare manco dell'altra, perche se misurine 4 $\frac{7}{8}$. d'oro di scudo (che è la prima verga) pesano oncie 31 $\frac{1}{4}$. le misurine 12 $\frac{2}{3}$. (che e la seconda) doueriano pesare oncie 81 $\frac{1}{1}\frac{2}{3}\frac{3}{7}$. quando fusse oro di scudo, come la prima, ma pesano oncie 76 $\frac{1}{2}$. che è manco, però vediamo che manco pesa l'argento di ducatoni che l'oro di scudo, & fra il peso dell'oro di scudo, & il peso dell'argento di ducatoni vi viene ad essere la proportione che è da oncie 81 $\frac{1}{1}\frac{2}{3}\frac{3}{7}$. ad oncie 76 $\frac{1}{2}$. o vogliamo dire, vi e la proportione che ha 9500. a 8931.) Per trouar mò quanto sia distintamente l'oro di scudo, & quanto il restante argento di ducatoni riposto nella terza verga, poneremo l'vno di loro, & sia l'oro essere 1. cosa d'oncie di peso, che cosi l'argento farà il restante; cioè oncie 90 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. meno 1. cosa, & cercaremo quanto saria la quantità in grandezza, & dell'oro, & dell'argento; Che quanto all'oro, Se oncie 31 $\frac{1}{4}$. d'oro è grande misurine 4 $\frac{7}{8}$. le oncie 1. cosa d'oro farà grande misurine $\frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{9}{0}$. cose Et quanto all'argento Se oncie 76 $\frac{1}{2}$. d'argento è grande misurine 12 $\frac{2}{3}$. le oncie 99 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. meno 1. cosa importaranno misurine 16 $\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. meno $\frac{3}{2}\frac{3}{2}\frac{8}{9}$. cose, quale grãdezza dell'argento si giongerrà con la grandezza dell'oro; cioe con misurine $\frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{9}{0}$. cose, & somma misurine 16 $\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. meno $\frac{5}{3}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{0}{3}$. cose il ché saria la grandezza della verga, ma essa grandezza è misurine 15 $\frac{3}{4}$. però detta quantità è eguale a 15 $\frac{3}{4}$. Onde accomodato il meno haueremo $\frac{5}{3}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{0}{3}\frac{0}{0}$ cose eguale a $\frac{1}{1}\frac{4}{8}\frac{8}{3}\frac{0}{2}$. Perilche la cosa valerà 81 $\frac{4}{5}\frac{0}{3}\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{4}$. Et perche si pose l'oro della verga essere 1. cosa diremo in essa essere oncie 81 $\frac{4}{5}\frac{0}{3}\frac{5}{1}\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{4}$. (& il rotto d'oncia si può ridurre a carati, & grani) d'oro di scudo; Et il resto cioe oncie 17 $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{3}{8}\frac{1}{4}\frac{3}{8}\frac{0}{1}\frac{7}{6}$. essere l'argento di ducatone, Et ben si vede che l'oro detto in grandezza importaria misurine 12 $\frac{2}{1}\frac{8}{0}\frac{2}{4}\frac{3}{2}\frac{6}{4}\frac{3}{0}\frac{3}{8}$. Et l'argento detto misurine 2 $\frac{2}{3}\frac{3}{3}\frac{6}{7}\frac{0}{7}\frac{8}{1}\frac{0}{1}\frac{8}{4}\frac{7}{3}\frac{0}{2}$. che gionte insieme fanno a punto misurine 15 $\frac{3}{4}$. come è la grandezza di questa verga.

Considerando mò alli tre numeri 16 $\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{2}{4}\frac{1}{2}$. Et $\frac{3}{2}\frac{3}{2}\frac{8}{0}$. (numero di cose che è m̃,) Et $\frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{9}{0}$. (numero de cose che è piu dal quale si caua il $\frac{3}{2}\frac{3}{2}\frac{8}{0}$. & ne resta $\frac{5}{3}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{0}{3}\frac{0}{0}$. numero di cose, che è partitore del 16 $\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. & ne viene il valore della cosa) vedremo che la Regola numerale in simili casi potrà essere questa. Veggasi quanto saria la grandezza della verga mista, se fusse tutto argento (seruendoci del peso d'essa verga mista, & del peso, & grandezza della verga che è solo argento,) & da questa grandezza si caui la grandezza d'essa verga mista (che è minore,) & il restante chiamaremo A, Ancora Partasi il numero della grandezza della verga d'oro solo per il numero del suo peso, & l'auenimento chiamaremo primo; Di piu Partasi il numero della grandezza della verga d'argento solo per il numero del suo peso, & da questo auenimento (che farà maggiore del primo, perche di dui medesimi pesi d'oro, & d'argento, l'argento, come manco graue occupa piu luogo; cioe è piu grande) si caui l'auenimento primo; Et con il restante si parta l'A, che l'auenimento farà il numero del peso dell'oro, che è nella verga mista. Et il restante fino al total peso d'essa verga mista farà il numero del peso dell'argento che è nella istessa.

Oro misure $4\frac{7}{8}$. { pesa oncie $31\frac{1}{4}$. { misure $15\frac{3}{4}$. che douerà pesare

39 250 $6\frac{3}{4}$. 21

13 5250

52

oncie $100\frac{25}{26}$. doueria pesare,

Oro misure $4\frac{7}{8}$. { pesa oncie $31\frac{1}{4}$. { misure $12\frac{2}{3}$.

$3\frac{8}{3}$

39 250

117 | 9500

oncie $81\frac{23}{117}$. pesaria

Pono l'oro del misto essere oncie 1. cosa, perilche l'argento d'esso misto sarà oncie $99\frac{13}{16}$. meno 1 cosa, Et cerco le grandezze d'essi oro, & argento.

Oncie $31\frac{1}{4}$. d'oro, e grande $4\frac{7}{8}$. | oncie 1. d'oro quanto $\frac{39}{250}$.1, da m, $\frac{38}{229}$.1, [illegible] .cose douerà essere grande.

2977 9500

8931

$\frac{39}{250}$ cose farà la grandezza dell'oro

Oncie $76\frac{1}{3}$ d'arg. | e grande $12\frac{2}{3}$. oncie $99\frac{13}{16}$. meno 1. cosa.

229 38 247

meno $\frac{569}{57250}$.1. $16\frac{1031}{1832}$ m, $\frac{38}{229}$.1, farà la grandezza dell'argento.

somma $16\frac{1031}{1832}$. m, $\frac{569}{57250}$.1, grandezza del misto, ma è $15\frac{3}{4}$.

458

$\frac{1489}{1832}$. eguale à $\frac{569}{57250}$.1,

569 1489

1042408 | 85245250

8

1852510

810202

Cauisi $81\frac{405101}{521204}$. da $99\frac{13}{16}$.

31575 $\frac{1}{4}$.

423478 $\frac{1}{4}$.

18177 $\frac{1}{4}$.

resta $18\frac{73509}{2084816}$. $16\frac{1031}{1832}$. m, $\frac{38}{229}$.1. douerà essere grande.

$30\frac{7}{8}$.

3762

$3792\frac{7}{8}$.

16

$128\frac{7}{8}$.

la cosa vale $81\frac{405101}{521204}$.

però vi saranno oncie $81\frac{405101}{521204}$. d'oro di scudo, Et il resto cioe oncie $18\frac{73509}{2084816}$. sarà l'argento di ducatoni.

Per l'oro

Onc. $31\frac{1}{4}$. (grāde $4\frac{7}{8}$. (onc. $81\frac{405101}{521204}$.

250 39

$3159\frac{15798939}{521204}$.

12

159

4690836

7818060

98679375

3946815

grandezza dell'oro $12\frac{789363}{1042408}$.

260602. li $\frac{1}{4}$.

781806. li $\frac{3}{4}$.

7557. resta

via 229

numeratore. 1730553

numer. del rotto dell'arg. 236980879

somma. 238711432

Per l'argento.

Onc. $76\frac{1}{3}$. (grāde $12\frac{2}{3}$. (onc. $18\frac{73509}{2084816}$.

229 38

1396671

$685\frac{354263}{1042408}$.

2

227

9381672

22932976.

7296856

2084816

2084816

grandezza dell'argento $2\frac{236980879}{238711432}$.

che è precise 1. intiero, però la somma delle due grandezze è $15\frac{3}{4}$. come conuiene.

Ma perche si può trouare dell'oro di tal lega, che pesarà manco dell'argento fino, o simile, o perche siano essi dui metalli misti in vna verga, quali si vogliono, si possino risoluere tali casi, hauendo cognitione del peso, & grandezza di ciascuno de i dui metalli da se; mediante due verghe d'essi simplici, Noi daremo la Regola in vniuersale, senza nominare, ne oro, ne argento, ne altro.

Et

Et potrà anco applicarsi ad altre materie. Veggasi quanto saria la grandezza della verga mista se ella fusse tutta della materia più leue, o men graue (seruendoci del peso d'essa verga mista, & del peso, & grandezza della verga che è solo della materia piu leue,) & da questa grãdezza si caui la grandezza d'essa verga mista (che è minore, (& il restante chiamaremo A, Ancora, Partasi il numero della grandezza della verga del solo metallo, o materia piu graue, per il numero del suo peso, & l'auenimento chiamaremo primo, Di piu Partasi il numero della grandezza della verga del solo metallo men graue, per il numero del suo peso, & da questo auenimento (che sarà maggiore del primo) si caui l'auenimento primo, Et con il restante si parta A, che l'auenimento sarà il numero del peso del metallo, o materia piu graue che e nella verga mista, Et il restante fino al total peso d'essa verga mista, sarà il numero del peso della materia men graue che e in essa. Che per esempio Dicendosi. D'vna Vigna il Moscatello schietto, o puro pesa libre 150. la corba, o misura; Et d'vn pozzo in essa, l'acqua schietta pesa libre 43. la quartarola che e $\frac{1}{4}$. di corba; Occorre che comprando 3 quartarole di quel Moscatello si troua pesare libre 117. & perciò si vede che non e Moscatello schietto, (perche egli pesaria solo libre 112 $\frac{1}{2}$. che e li $\frac{3}{4}$. di libre 150. peso della corba del Moscatello, (& di li si viene in cognitione che vi e stata mescolata dell'acqua di quel pozzo, si domanda perciò in esse 3. quartarole, o $\frac{3}{4}$. di corba quanta acqua vi viene ad essere.

Per saperlo noi seruendoci della Regola diremo, Se libre 150. di Moscatello (liquore, o materia piu leue) e di grandezza corbe 1. le libre 117. peso del misto se fusse Moscatello schietto quanta grandezza importariano? & vedremo elle importare corbe $\frac{39}{50}$. dalche cauaremo le corbe $\frac{3}{4}$. che e la grandezza di questo misto, & resta $\frac{3}{100}$. che e l'A, Ancora partiremo $\frac{1}{4}$. numero della grandezza dell'acqua, che e piu graue del Moscatello (come s'e visto) per 43. numero del suo peso, & ne viene $\frac{1}{172}$. che e l'auenimẽto primo, Di piu partiremo 1 num. della grandezza del Moscatello men graue, per 150. numero del suo peso, & ne viene $\frac{1}{150}$. dal quale cauaremo l' $\frac{1}{172}$. auenimẽto primo, & resta $\frac{11}{12900}$. con il quale partiremo $\frac{3}{100}$. A, & ne viene 35 $\frac{2}{11}$. & questo e il numero del peso, cioe e il numero delle libre della materia piu graue, cioe dell'acqua che e nel misto, perilche diremo che nelle corbe $\frac{3}{4}$. dette che pesano libre 117. vi sono libre 35 $\frac{2}{11}$. d'acqua, & il resto cioe libre 81 $\frac{9}{11}$. e Moscatello, Et ben si vede che libre 35 $\frac{2}{11}$. d'acqua importaranno corbe $\frac{9}{44}$. (sapendosi che corbe $\frac{1}{4}$ pesa libre 43.) Et le libre 81 $\frac{9}{11}$. di Moscatello importaranno corbe $\frac{6}{11}$. (sapendosi che vna corba pesa libre 150.) quali corbe $\frac{9}{44}$. d'acqua, Et corbe $\frac{6}{11}$. di Moscatello gionte insieme fanno corbe $\frac{3}{4}$. come e a punto la grandezza, o quantità corporea d'esso misto.

Cauisi corbe $\frac{3}{4}$. da corbe $\frac{39}{50}$.
78
75
resta $\frac{3}{100}$. A.

Cauisi $\frac{1}{172}$. da $\frac{1}{150}$.
resta $\frac{11}{12900}$. con il quale si parta $\frac{3}{100}$. A,
387
ne viene. 35 $\frac{2}{11}$.
però libre 35 $\frac{2}{11}$. e l'aqua, Et il resto
cioe libre 81 $\frac{9}{11}$. e il Moscatello.

Moscatello
lib. 150 (cor. 1. (lib. 81 $\frac{9}{11}$.
000
1650.
Il moscatello sarà corbe $\frac{6}{11}$.
la somma del Moscatello, & aqua e cor. $\frac{3}{4}$.

Aqua
libre 43 | corbe $\frac{1}{4}$. | lib. 35 $\frac{2}{11}$.
387
sarà l'aqua corbe. $\frac{9}{44}$.

Si può auertire che quando non si hauessero li mettali in verghe pulite, o facili da misurarne le vere lunghezze, larghezze, & grossezze, ma fussero di forme irregolari, o tutte, o parte di loro, come sono Tazze, Statue, Corone, &c. Se ne potrà trouare la grandezza attificiosamente, o ponendo esse Tazze, o Statue, &c. ad'vna ad'vna in alcun vaso quadrangolare d'acqua, & vedendo quanto s'alzi l'acqua in esso per la positura della cosa, o Statua da trouarne la grandezza, & quell'alzamento misuratolo, & moltiplicatolo per la superficie piana dell'acqua il prodotto sarà la grandezza della cosa, ò Statua posta nell'acqua; Ouero in vna Cassetta piccola, o grande a proposito quadrangolare parta la Statua, o cosa da trouarne la grandezza, & anco postoui del grano, o riso, o miglio, o altra simil cosa che possa facilmente riempire tutti i vacui, & coprire la Statua, alzandosegli sopra spianata bene, o poco, o molto a beneplacito, o si empia la cassa, o vaso simile se cosi ci piaccia, o accomodi, si che in esso vaso non sia Aria, o altro, che il miglio, & la Statua, Veggasi coi quanto e la grandezza del vaso, o parte d'esso cosi occupata, & sia A. Poi leuatane la Statua, & di nuouo spianato il miglio nel vaso vniformemente come prima, si veda quanta e la grandezza della parte del vaso che egli occupa, & questa grandezza cauata dalla grandezza A, il restante di necessità sarà la grandezza cercata della Statua, o cosa detta.

Et dicendosi, Si hà argento di tre sorti, la prima vale Lire 2. l'oncia, la seconda Lire 3. l'oncia, & la terza Lire 5. l'oncia, Et se ne vogliono mettere insieme oncie 100. che vaglino in tutto

Lire

Lire 340. pigliandone di ciascuna delle tre sorti dette quanto bisogna, si domanda quanto se ne pigliarà.

Noi ponendo che della prima sorte si pigli oncie 1. cosa; Della seconda oncie 1. cosa di cosa; O vogliamo dire 1. quantità Il resto fino alle oncie 100. cioe oncie 100. meno 1. cosa meno 1. quantità, douerà essere della terza sorte, Et queste valeranno 2. cose piu 3. quantità, piu 500. meno 5. cose, meno 5. quantità, Cioe 500. meno 3. cose meno 2. quantità, Ma vogliamo che vaglino 340. però 500. meno 3. cose meno 2. quantità sarà eguale a 340. Cioe 160. sarà eguale a 3. cose piu 2. quantità; Et per trouare il valore della quantità in particolare, la lassaremo da se, leuando le 3. cose da ciascuna banda, & haueremo 2. quantità eguale à 160. meno 3. cose; Onde 1. quantità sarà, o valerà 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa; perilche in cambio d'1. quantità, pigliando 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, tornaremo di nuouo à ponere che della prima sorte si pigli oncie 1. cosa della seconda 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, Et della terza il restante fino à 100. cioe 20. piu $\frac{1}{2}$. cosa; Et queste hora valeranno, 2. cose 240. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose, & 100. piu 2 $\frac{1}{2}$ cose, la somma de i quali valori è 340. ma vogliamo che vaglino 340 però habbiamo 340. eguale à 340. dalla quale Equatione non potiamo venire in cognitione del valore della cosa; però questa sorte di positione appare essere inutile; Perilche si hà da notare che in simili occorrenze si può ponere il valore della cosa essere vn numero à beneplacito, ma conueniente; cioe che non sia troppo grãde, o troppo piccolo (il che si vedria poi dal calcolo,) questo stabilito; cioe hora posto che d'vna delle tre sorti poniamo della prima se ne pigli vn numero determinato, cercar poi quanto si deua pigliare di ciascuna dell'altre due sorti; Hor sia che si dica de la prima sorte volerne pigliare oncie 10. che valeranno Lire 20. & però ci restaranno da pigliare oncie 90. che doueranno valere Lir. 320. (cioe il restante fino Lir. 340.) Perilche hora si fingerà vn Quesito che dica, Di due sorti d'argento, che vagliono Lir. 3. & Lir. 5. l'oncia si vogliono mettere insieme oncie 90. che vagliono Lir. 320. si domanda quante oncie se ne pigliaranno di ciascuna sorte; Cioe hora conuerrà Di 90. fare due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. & giunti insieme i prodotti la somma sia 320. Che perciò posto l'vna parte essere 1. cosa, Et l'altra 90. meno 1. cosa. i dui prodotti saranno 3. cose, Et 450. meno 5. cose, che giunti insieme fanno 450. meno 2. cose, Et questo hà dà essere 320. però è eguale à 320. Cioe 130. è eguale à 2. cose, Et però la cosa valeria 65. Onde l'vna parte che andaria moltiplicata per 3. faria 65. Et l'altra il resto fino à 90. cioe 25. che andaria moltiplicata per 5. Et i prodotti fariano 195. & 125. che giunti insieme fanno 320. come bisogna, Perilche diremo che pigliandone oncie 10. della prima sorte, se ne pigliaranno oncie 65. della seconda, & oncie 25. della terza. Et se hauessimo detto di pigliare oncie 55. (o piu) della prima sorte che valeriano Lir. 110 però restaria da pigliarne solo oncie 45. dell'altre due sorti, & doueriano valere Lir. 230. Questo saria impossibile, perche quando anco le oncie 45. si pigliassero tutte della terza sorte che vale piu dell'altra, che oncie 45. della terza sorte à Lir. 5. l'oncia non arriuariano à valere Lir. 230. poiche valeriano solo Lir. 225. Come anco si conosceria adoprando l'Algebra, quale ci mostraria essere impossibile diuidere 45. in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de dui prodotti fusse 230. (che l'vna posta 1. cosa, Et l'altra 45. meno 1. cosa, i prodotti fariano 3. cose, & 225 meno 5. cose cio, in somma 225. meno 2. cose. Il che saria eguale à 230. & però 5. piu 2. cose saria eguale à niente, il che è impossibile, Ouero se moltiplicassimo 45. meno 1. cosa per 3. Et 1. cosa per 5. i prodotti sariano 135. meno 3. cose, Et 5. cose, che fanno in somma 135. piu 2. cose, Et questo saria eguale à 230. Cioe 2. cose eguale a 95. & però la cosa valeria 47 $\frac{1}{2}$. Onde le due parti sariano 45. meno 47 $\frac{1}{2}$. Et 47 $\frac{1}{2}$. Cioe meno 2 $\frac{1}{2}$. Et 47 $\frac{1}{2}$. Il che non fa à proposito, Se bene i prodotti loro che sono meno 7 $\frac{1}{2}$. & 237 $\frac{1}{2}$. giunti insieme fanno 230.) Perilche bisogna che il numero delle oncie della prima sorte sia manco di 55. Et pigliandone oncie 54. d'essa prima sorte che importariano Lir. 108. restaria da diuidere 46 in due parti tali che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de' prodotti fusse 232. Il che è ancora impossibile, perche quando anco il totale 46 si moltiplicasse per il 5. maggiore che fa 230. questo non arriuaria al 232. Et se ne pigliassimo 50. d'essa prima sorte, che valeriano Lir. 100. restaria da pigliarne oncie 50. dell'altre due sorti, che doueriano valere Lir 240. Il che può stare, perche se esse oncie 50. fussero tutte della terza sorte il suo valore saria Lir. 250. che supera le Lir. 240. & però ci resta luogo per poterne pigliare della

3	5
1. cosa	47. meno 1. cosa
3. cose	235. meno 5. cose

235. m̃. 2. cose eguale à 234.
1. eguale à 2. cose.
$\frac{1}{2}$. vale la cosa; però saranno

$\frac{1}{2}$.	Et 46 $\frac{1}{2}$.
via 3.	via 5.
1 $\frac{1}{2}$.	232 $\frac{1}{2}$.

la somma è 234.

seconda

seconda parte, pigliandone manco di 50. della terza, Cioe Perche di 50. si può farne due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 240.

Et se anco ne pigliassimo oncie 53. della prima sorte pure potria stare, perche restaria a fare di 47. due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti fusse 234 & esse parti sariano $\frac{1}{2}$. della seconda sorte, Et 46 $\frac{1}{2}$. della terza. Et cosi hora potiamo pigliare della prima sorte, ogn'altro numero d'oncie minore del 53. che sempre il caso sarà possibile; perche il numero delle oncie che rimanerà per l'altre due sorti, sarà talmente grande, che preso tutto della terza sorte superaria il valore che deueno hauere, Et se fusse tutto della seconda sorte che vale solo Lir. 3. l'oncia, non sarà tanto grande che il valor d'esso non sia superato dal medesimo valore che deuono hauere (poiche hora il 340. valore principale supera 300. che saria il valore delle oncie 100. totali, quando bene fussero tutte della seconda sorte.

Et notisi che dicendo. Diuidasi 100. in tre parti tali, o trouinsi tre numeri la somma de' quali sia 100. tali, che il primo moltiplicato per 2. il secondo per 3. & il terzo per 5. & li tre prodotti gionti insieme faccino 340. auertendo nondimeno che la prima parte, o numero che và moltiplicato per 2. sia maggiore che sia possibile; Noi per quello che habbiamo visto, sapendo già che egli deue essere fra 53. & 54. Se poneremo che sia 54. meno 1. cosa, Ouero 53. piu 1. cosa; Ci restarà à diuidere 47. meno 1. cosa, in due parti tali, che moltiplicata l'vna per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 234. meno 2. cose, Ma per farlo si trouarà prima la regola, Estrahendola da vn simile quesito in numeri rationali resoluto per Algebra; Sia dunque che si dica; Diuidasi (poniamo) 60. in in due parti che moltiplicate l'vna per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 200. (Et si può auertire che detta somma de' loro dui prodotti può essere fra 3. via 60. fa 180. Et 5. via 60. fa 300. Cioe fra 180. & 300.) Per soluere il quesito potremo ponere l'vna parte essere 1. cosa, Et però l'altra 60. meno 1. cosa, I dui prodotti saranno 3. cose, Et 300. meno 5. cose la somma de' quali sarà 300. meno 2. cose, ma vogliamo che sia 200. però questo 300. meno 2. cose sarà eguale à 200. Onde haueremo 100. eguale a 2. cose, Et perciò la cosa valerà 50. perilche 50. sarà l'vna parte che và moltiplicata per 3. Et il resto; cioe 10. sarà l'altra parte che và moltiplicata per 5. Et se nella positione si dicesse, la parte che và moltiplicata per 5. essere 1. cosa, Et quella che và moltiplicata per tre essere 60. meno 1. cosa, all'hora i dui prodotti sariano 5. cose, Et 180. meno 3. cose, Et perciò la somma loro saria 180. piu 2. cose quale deue essere eguale al 200. Onde haueremo 2. cose eguale a 20. perilche la cosa valerà 10. Et questo 10. sarà la parte posto 1. cosa, che và moltiplicata per 5. Et il restante fino a 60. cioe 50. sarà la parte che và molticata per 3. Et se nella positione hauessimo detto l'vna parte che và moltiplicata per 3. essere la mità del 60. & 1. cosa di piu cioe 30. piu 1. cosa, Et l'altra parte che và moltiplicata per 5. essere l'altra mità del 60. & la 1. cosa di manco; cioe 30. meno 1. cosa; all'hora i dui prodotti sariano 90. piu 3. cose, Et 150. meno 5. cose; la somma loro saria 240. meno 2. cose; Et questo saria eguale à 200. però 40. saria eguale à 2. cose; Onde la cosa valeria 20. però le due parti poste 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa sariano 30. piu 20. Et 30. meno 20. Cioe 50. & 10. (Et si vede che volendosi la somma de i dui prodotti delle due parti del 60. essere 240. (che è il dutto di 30. mità del 60. via 4. mità della somma de i dui moltiplicanti 3. & 5.) all'hora ciascuna d'esse parti saria 30. mità del 60. perche poste pure essere 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa, i dui prodotti sariano 90. piu 3. cose, Et 150. meno 5. cose; Et perciò la somma loro saria 240. meno 2. cose, Il che saria eguale al 240. proposto, Onde accomodato il meno, & leuato quanto occorre da ciascuna parte, haueressimo 2. cose eguale, à niente, & però la cosa valeria niente, perilche le parti poste 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa sariano 30. piu 0. Et 30. meno 0. Cioe 30. & 30. come s'è detto) Ma se hauessimo nella positione detto la parte che và moltiplicata per 5. essere 30. piu 1. cosa, Et la parte che và moltiplicata per 3. essere 30. meno 1. cosa; I dui prodotti sariano 150. piu 5. cose, Et 90. meno 3. cose; Et la somma loro 240. piu 2. cose, Il che saria eguale à 200. Onde haueressimo 40 piu 2. cose eguale à niente, Il che è impossibile, Et questo ci fa accorti che la positione fatta non può conuenire; cioe che la parte da moltiplicare per 5. non può essere 30. & piu, ne che la parte che và moltiplicata per 3. non può essere 30. & meno, Et se ponessimo la parte che và moltiplicata per 5. essere 4. piu 1. cosa, Et però la parte da moltiplicarsi per 3. essere 56. meno 1. cosa, I dui prodotti sariano 20. piu 5. cose, Et 168. meno 3. cose, la somma loro saria 188. piu 2. cose, & però eguale à 200. Et cosi haueressimo 2. cose eguale à 12. Et la cosa valeria 6. Perilche le parti poste 4. piu 1. cosa, Et 56. meno 1. cosa sarianno 4. piu 6. Et 56. meno 6. Cioe 10. Et 50. che moltiplicate per 5. & per 3. producono 50. Et 150. la somma de' quali è 200. come bisogna.

Ma noi deriuaremo la Regola dalle prime positioni doue vna parte si pone essere 1. cosa, Et l'altra il restante; cioe 60. meno 1. ♃, Et si potrà dire, Data vna quantità A, da diuidere in due parti tali, che l'vna moltiplicata per B, & l'altra per C, la somma de' dui prodotti sia eguale alla

 quan-

quantità proposta D, Per farlo. Moltiplichisi la quantità data A, per C, maggiore de i dui B, & C, & dal prodotto si caui la quantità proposta D, & il restante si parta per la differenza che è da B, à C, che l'auenimento sarà la parte dell'A, quale và moltiplicata, per il B, minore de i dui moltiplicanti, & il resto dell'A, sarà l'altra parte che và moltiplicata per il C, maggiore, Ouero si può dire. Moltiplichisi la quantità data A, per B, minore de i dui moltiplicanti, & il prodotto si caui dalla quantità proposta B, & il restante si parta per la differenza de i dui moltiplicanti B, C, che l'auenimento sarà la parte dell'A, che và moltiplicata per C, maggiore, & il restante d'essa A, sarà l'altra parte che và moltiplicata per il B, minore.

A, 47. meno 1. cosa
via 8. 3.

Cauisi. 141. meno 3. cose
da D, 234. meno 2. cose

2. | resta 93. piu 1. cose

l'vna parte. 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa
da moltiplicare per 5.

prodotto 232 $\frac{1}{2}$. piu 2 $\frac{1}{2}$. cose
l'altra parte $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa
da moltiplicare per 3.

prodotto. 1 $\frac{1}{2}$. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose
somma loro 234. meno 2. cose
come bisogna.

2	3	5	
53. p̄. 1. ✝.	$\frac{1}{2}$. m̄. 1 $\frac{1}{2}$. ✝.	46 $\frac{1}{2}$. p̄. $\frac{1}{2}$. ✝.	sōma 100.
106. p̄. 2. ✝.	1 $\frac{1}{2}$. m̄. 4 $\frac{1}{2}$. ✝.	232 $\frac{1}{2}$. p̄. 2 $\frac{1}{2}$. ✝.	sōma 340.

Hora seruendoci della Regola trouata; Essendo 47 meno 1. cosa, la quantità data A, da diuidere, il 3. & 5. li dui moltiplicanti B, & C, Et il 234. meno 2. cose, la quantità D, proposta alla quale deue essere eguale la somma de i dui prodotti, noi per trouare le due parti cercate, Moltiplicaremo A, 47. meno 1. cosa via B, 3. minore de i dui moltiplicanti, & il prodotto 141. meno 3. cose cauaremo da D, 234. meno 2. cose, & il restante 93. piu 1. cosa, partiremo per 2. differenza de i dui moltiplicanti B, & C, & ne viene 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa, che è la parte da moltiplicare per C, 5. maggiore, Et il restante di A, cioe $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, sarà la parte da moltiplicare per B, 3. minore, Onde hora habbiamo del 100. fatte 3. parti, & sono 53. piu 1. cosa, $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, Et 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa, quali moltiplicate la prima per 2. la secōda per 3. & la terza per 5. & gionti insieme, i prodotti fanno in somma 340. Nondimeno da questo modo d'operare non potiamo venire in cognitione del valore della cosa; Cioe trouare quanto piu di 53. al piu possa essere la prima parte.

Potiamo bene conoscere che ella non può arriuare ne anco a 53 $\frac{1}{3}$, perche all'hora il 100. si verria solo à diuidere in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 2. & l'altra per 5. la somma de' dui prodotti saria il 340. (come si troua con la Regola formata,) ma cosi non vi restaria cosa alcuna per quella parte che s'hauesse da moltiplicare per 3. poiche ella verria ad'essere niente; Ma ponendo, che la prima parte sia qual si vogli numero, minore di questo 53 $\frac{1}{3}$. come sono 53 $\frac{333}{1000}$. ò 53 $\frac{3333}{10000}$. ò altro, all'hora vi restaria bene modo da formare l'altre due parti che vanno moltiplicate per 3. & per 5. Et si potriano trouare con la Regola data.

Diuidasi 100. in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 2. & l'altra per 5. & i prodotti giunti insieme faccino 340.

2
100

200. cauato da 340. resta 140. quale partito per 3. ne viene 46 $\frac{2}{3}$. & è la parte da moltiplicare per 5. però il restante 53 $\frac{1}{3}$. è la parte da moltiplicare per 2.

Ma perche non è possibile di trouare qual sia il numero inferiore al 53 $\frac{1}{3}$. che piu se gl'accosti; poiche se pigliassimo poniamo 53 $\frac{3333}{10000}$. ancora fra questo rotto $\frac{3333}{10000}$. & $\frac{1}{3}$. possono capire infiniti numeri; di qui è che ben si può trouare che la prima parte non può arriuare à 53 $\frac{1}{3}$. ma nō già stabilire il numero maggiore propinquissimo inferiore à questo 53 $\frac{1}{3}$. al quale essa prima parte possa arriuare; Et perciò il Quesito che domandi il maggior numero al quale deua arriuare essa prima parte viene ad'essere impossibile, perche il 53 $\frac{1}{3}$. saria il minor numero alla quale ella non può arriuare (cioe ella non può arriuare ne a 90. ne a 80. ne a 60. &c. ne meno a 53 $\frac{1}{3}$.) & non è il maggiore alla quale ella possa arriuare, cioe ella può arriuare a 10. a 20. a 40. a 50. &c. ma non si esplicaria, & al piu a 53. —— che questo rotto da aggiungere al 53. è indicibile, ò inesplicabile; Et cosi lo Studente auerta bene ad'esser cauto, a farsi esperto, & à saper parlare, & scriuere a proposito, conoscendo la forza de i quesiti, & de i numeri; Che tutti questi lunghi discorsi, & fatiche fo volontieri à fine di suo benificio, & ornamento, ad gloriam D E I æterni omnipotentis auctor, & largitor omnium bonorum.

Hora si può notare, che nel principio, quando mediante la positione della quantità (oltre la positione della cosa,) & valore d'essa trouando che della prima sorte si pigliaua oncie 1. cosa della

seconda

seconda 80. meno 1. cosa, Et della terza 20 piu $\frac{1}{2}$. cosa, Et calculando poi si disse che di qui non si poteua venire in cognitione del valore della cosa; Et che perciò questa sorte dispositione appareua essere inutile; si può notare dico, che se bene ella appare, o vogliamo dire hà apparenza di inutile, nondimeno considerandola vedremo che essa sola bastarà a soluere il quesito, & ci mostrarà quanto occore, perche primamente douendo la seconda parte del 100. essere 80 meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa (quando la prima parte sia 1. cosa) vediamo che il valore d'1 $\frac{1}{2}$. cosa conuiene che sia manco di 80. & perciò che 1. cosa sia manco di 53 $\frac{1}{3}$. (che se fusse 53 $\frac{1}{3}$. o più; l'80. meno 1 $\frac{1}{2}$ cosa, saria 80. meno 80. cioe niente, Ouero 80. meno piu di 80. che non può stare) Onde la prima parte, o sorte, che hà da essere 1 cosa, conosciamo non potere arriuare a 53 $\frac{1}{3}$ ma douere essere manco di 53 $\frac{1}{3}$ a beneplacito; Di piu stabilito quanto sia il valore conueniente della cosa, & però quãto vogliamo, che sia la prima parte del 100. presa per 1. cosa, subito sapremo senz'altra nuoua positione, o Regola quanto deua essere ciascuna dell'altre due parti; perche sapendo, che quando la prima parte è 1. cosa, la seconda deue essere 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, Et la terza 20. piu 1. cosa; si viene a sapere che la seconda è sempre 80. maneo volte 1 $\frac{1}{2}$. la prima, Et che la terza è sempre 20. piu tanto, quanto è la mità della prima, Onde se poneremo che la prima sia 10. la seconda sarà 80. meno 15. cioe 65. Et la terza sarà 20. piu 5. cioe 25. Ma se vorremo che la prima sia 52. la seconda sarà 80. meno 78. Cioe 2. Et la terza 20. piu 26. cioe 46. Et se vorremo che la prima sia 1. la seconda sarà 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cioe 78 $\frac{1}{2}$. Et la terza 20. piu $\frac{1}{2}$. cioe 20 $\frac{1}{2}$. Et cosi dell'altre, Il che tutto è da auertire con diligenza.

Et notare quanto sia mirabile la Dottrina Algebratica, o Cossica, poiche essa mediante siamo venuti in cognitione di quanto intorno acciò si possa sapere.

ET per dare vn'esempio circa all'edificare, o simile. Sia vn sito quadrangolo di lati equidistanti lungo misure 350. & largo misure 200. il quale si vogli compartire in vna Sala & alcune stanze in questo modo. Che la Sala habbi vn'angolo, o cantone dell'angolo A, del quadrangolo, & che il fianco d'essa verso B, (& sia l'A C,) sia per di fuori, cioe comprensoui la grossezza delle sue muraglie lungo volte 2 $\frac{1}{4}$. quanto sarà la sua fronte verso D, (& sia l'A G.) & che dal G, fine della fronte della Sala, tirata vna muraglia equidistante, & eguale alla A B, cioe che arriui fino alla B E, nel sito poi quadrangolare G E, si faccino tre stanze tirando le muraglie H O, L P, equidistanti alla D G, tali che il piano, o superficie della stanza M, di mezo, sia grande volte 1 $\frac{1}{3}$. quanto sarà la superficie della stanza S, (intendendo pure che in esse superficie s'inchiude quello che occupano le muraglie pertinenti alle stanze, che alle staze estreme appartiene tutta la muraglia estrema, & alle medie appartengono le mità delle muraglie medie) ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la superficie della stanza N, Et che il restante sito quadrangolo C I, resti tale che la sua lunghezza B I, (intendendoui inserte le grossezze delle muraglie al B, & all'I.) sia tre volte tanto quanto la sua larghezza B C, (nella quale si intenda inserta la grossezza della muraglia B I, & la mità della grossezza della C R, che l'altra mità si intende appertenere alla Sala comprendendola nel suo fianco A C, cioe intendendosi il punto C, termine della Sala, & sito C I, nel mezo della grossezza della muraglia C R, o vogliamo dire supponendo per hora che esso compartimento si intenda douersi fare con simplici linee rette, formando poi le muraglie in che modo si vorrà) per far poi in esso sito C I, tre camere quadre, o quello che si determinarà) Si domanda, come starà esso sito dato A E, quando sarà compartito in questo modo, & quante misure sarà ciascuna linea in esso compartimento.

A 200. D
1 +. G 200. m̃. 1. +.
135 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{5}$. 64 $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{1}$.
S
O H
M
350.
P
L
N
C R
350 m̃.
I
B E

Per

Per venire alla solutione consideraremo che il fianco,& la fronte della Sala hà d'hauer risguardo solo a due cose; cioe Che il fianco sia volte 2 $\frac{1}{4}$. quanto la fronte, & che questa fronte poi che deue essere eguale alla à lei equidistãte B I, lunghezza del quadrangolo C I, che rimane oltre alla sola) sia tripla alla B C, (che è larghezza di detto quadrangolo C I,) Che quãto poi al quadrangolo G E, che s'hà da compartire nelle tre stanze, ne il suo compartimento, ne la sua lunghezza, o larghezza non fa effetto alcuno nella consideratione della Sala, & ne meno nel quadrangolo C I, che solamente elle fra loro deuono hauere la conuenienza detta; Cominciando dunque di qui, andaremo inuestigando quanto deua essere la fronte A G, della Sala; & il suo fianco A C, & poi la C B, larghezza del quadrangolo C I, Et senz'altra fatica ricorrendo alla Regola della cosa, potremo ponere che la fronte A G, sia 1. cosa; perilche il fianco A C, douerà essere 2 $\frac{1}{4}$. cose, Ma tutta la A B, è misurine 350. ò vohliamo dire (trattando in astratto) è 350. però il restante C B, verrà ad essere 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. cose; al quale deue essere tripla la B I, quale è 1. cosa (per essere eguale alla à lei opposita A G, nel parallelogrammo A L,) però sapremo che 1. cosa è tripla a 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. cose, Et consequentemente che $\frac{1}{3}$. cosa è eguale a 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. cose: Et cosi essendo peruenuti alla equatione trouaremo che la cosa vale 135 $\frac{15}{31}$. Onde la A G posta 1. cosa douerà essere 135 $\frac{15}{31}$. O vogliamo dire douerà essere misure 135 $\frac{15}{31}$. Et il medesimo sarà la B I, & anco la C R, Et perche la A C, fu posta 2 $\frac{1}{4}$. cose, o vogliamo dire, perche deue essere volte 2 $\frac{1}{4}$. quanto la A G, ella sarà 304 $\frac{26}{31}$. perilche la C B, sarà il restante fino a 350. cioe sarà 45 $\frac{5}{31}$. alla quale la B I, 135 $\frac{15}{31}$. è ben tripla come si ricerca.

$\frac{1}{3}$. cosa eguale a 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. cose
Cioe 2 $\frac{7}{12}$. cose, eguale a 350.
31. 4200
la cosa vale 135 $\frac{15}{31}$.
1 $\frac{1}{8}$. in 1 $\frac{1}{3}$. entra per 1 $\frac{5}{27}$.
3 $\frac{14}{27}$. cose eguale a 350.
95 70.
19 | 1890.
la cosa vale. 99 $\frac{9}{19}$. 351.
3 $\frac{13}{19}$. è l'$\frac{1}{27}$.
18 $\frac{8}{19}$. li $\frac{5}{27}$.

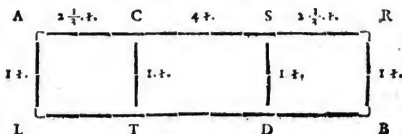
Espedita questa parte attenderemo all'altra che è il compartire il Quadrangolo di lati equidistanti, o parallelogrammo G E, nelle tre stanze dette, Circa che, prima auertiremo che hauendo esse stanze tutte vna medesima, o vogliamo dire eguali fronti; cioe essendo le rette G D, O H, P L, & I E, tutte eguali fra loro, si conosce che le superficie, o piani d'esse stanze, haueranno fra loro la conuenienza, o proportione istessa che i loro fianchi, o vogliamo dire, che la proportione de fianchi sarà eguale a quella delle superficie, perilche dicendosi che la superficie della stanza M, hà da essere volte 1 $\frac{1}{3}$. quanto la superficie della stanza S, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la superficie della stanza N, si viene a dire che il fianco H L, hà da essere volte 1 $\frac{1}{3}$. quanto il fianco H D, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto il fianco L E, Conuerrà dunque diuidere il total fianco D E, 350. in tre parti tali che la H L, sia volte 1 $\frac{1}{3}$. quanto la H D, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la L E, (ne in questa diuisione a noi importa sapere quanto sia la fronte D G, ouero H O, &c. (se bene cauando A G, trouata 135 $\frac{15}{31}$. da A D, totale 200. perche resta 64 $\frac{16}{31}$. si conosce che essa D G, & ciascuna dell'altre rette a lei eguali sone 64 $\frac{16}{31}$.) poiche ella non hà, o vogliamo dire ad essa non hà risguardo alcuno il compartimento detto de' fianchi) Onde mediante pure la Regola della cosa, potremo ponere la D H, essere 1. cosa, che perciò le H L, sarà 1 $\frac{1}{3}$. cosa, & la L E, sarà 1 $\frac{5}{27}$. cosa (acciò la H L, sia volte 1 $\frac{1}{8}$ quanto essa L E, quale 1 $\frac{5}{27}$. cosa, si troua partendo detta H L, 1 $\frac{1}{3}$ cosa, per l'1 $\frac{1}{8}$.) giunte hora insieme queste tre quantità fanno 3 $\frac{14}{27}$. cose, per la totale retta D E, ma ella è 350. però siamo peruenuti alla equatione, & habbiamo 3 $\frac{14}{27}$. cose eguale a 350. Onde la cosa valerà 99 $\frac{9}{19}$. & questo sarà la retta D H, posta 1. cosa, però la H L, posta 1 $\frac{1}{3}$. cosa sarà volte 1 $\frac{1}{3}$. esso 99 $\frac{9}{19}$. cioe sarà 132 $\frac{14}{19}$. Et la L E, posta 1 $\frac{6}{27}$. cosa sarà volte 1 $\frac{5}{27}$. il 99 $\frac{9}{19}$. cioe sarà 117 $\frac{17}{19}$. Et cosi potremo intieramente rispondere, che quanto alla Sala la fronte A G, douerà essere misure 135 $\frac{15}{31}$. (restando la G D, 64 $\frac{76}{31}$. che è numero commune alle fronti delle tre stanze da farsi,) & il fianco A C, sarà misure 304 $\frac{26}{31}$. (restando la C B, misure 45 $\frac{5}{31}$. che è la larghezza del restante quadrangolo C I,) Et quanto alle tre stanze il fianco D H, della S, sarà misure 99 $\frac{9}{19}$. il fianco H L, della M, sarà misure 132 $\frac{12}{19}$. Et il fianco L E, della N, misure 117 $\frac{17}{19}$.

Et notisi che quando si volesse che i simplici vacui, o vuoti della Sala, stanze, & sito C I, cioe il di dentro senza intenderui inserto grossezza di muraglia alcuna, ne interiore, ne esteriore hauessero le proportioni, o conuenienze dette, all'hora dal fianco A B, 350. si doueriano leuare le grossezze delle muraglie A D, C R, & B E, che supponendo elle importare in tutto misure 10. ci restaria 340. Et anco dalla fronte A D, leuare le grossezze delle muraglie A B G I, & D E, che supponendo anc'elle importare in tutte misure 10. ci restaria 190. Et cosi in vece di pigliare 350. & 200. adoprare questi 340. & 190. per trouare il vacuo della fronte, o l'arghezza della Sala (che è anco lunghezza

ghezza di dentro del quadrangolo C I, & il vacuo della fronte delle tre stanze da farsi nel quadrangolo G E, Et anco per trouare il vacuo del fianco, o lunghezza di dentro della Sala, & il vacuo, o larghezza di dentro del restante sito C I, Ma quanto poi alle tre stanze S, M, N, del fianco 350. si doueriano leuare le grossezze delle muraglie D G H O, L P, & E I, quali in tutto importando poniamo misure 12. restariano 338. & questo 338. poi si compartiria nel modo sopradetto, & haueressimo i vacui verso il fianco di ciascuna d'elle tre stanze.

Ma queste cose, & quesiti sono facilissimi, che anco co'l giuditio naturale si solueriano, Et possono seruire a formare allogiamenti Campali, & in'altre occorenze.

Darò anco Vn Quesito che possa seruire nella Militia, & farò fine.

SI hanno 14000 Fanti da compartire in tre ordinanze quadrangole tali, che in quella di mezo, o vogliamo dire nell'vna, il numero de' Fanti della fronte sia quadruplo al numero de' Fanti del fianco. Et che l'altre due ordinanze siano quadre di Terreno, ma che tutte tre habbino vn istesso, o vogliamo dire eguali fianchi di lunghezza di sito, per potere vnirle tutte tre insieme formandone vna sola, o vnirne solo due quali si voglino; Si domanda, come doueranno essere.

A R, 8 $\frac{2}{3}$. cose
via A L. 1. cosa

prodotto. 8 $\frac{2}{3}$. censi eguale a 14000
26. 42000
13 21000
Vale il censo . . 1615 $\frac{5}{13}$.
però radice 1615 $\frac{5}{13}$. cioe 40 $\frac{1}{16}$. & piu vale la cosa,
ma diremo che importi Fanti 40.

Piedi 280. 40. Fanti.

93	160	93
3720. Fanti piedi superficiali 78120.	6400. Fanti piedi superficiali 134400.	3720. Fanti piedi superficiali 78120.
93. Fanti piedi 279	160. Fanti piedi 480	93. Fanti piedi 279

40 40 40 40 40

In tutte tre le ordinanze sono Fanti 13840. però auanzano Fanti 160.

Per risoluere questo quesito andaremo considerando che le ordinanze quadre di terreno sono hanno tãti Fanti per fianco, quãti per fronte, perche se da spalla à spalla da vn Fante all'altro si dà piedi 3. Et da petto a petto, o da schiena à schiena piedi 7. cioe volte 2 $\frac{1}{3}$. tanto per fianco, quanto per fronte, & che perciò si imagini vn Fãte occupare vn quadrãgo o longo per fianco piedi 7. & largo per fronte piedi 3. che perciò importa piedi 21. superficiali di sito, vedremo che in esse ordinanze quadre di terreno il numero de' Fãti della fronte è sempre volte 2. $\frac{1}{3}$. quanto il numero de' Fanti del fianco; Onde se d'vn'ordinanza tale il fianco habbi poniamo Fanti 30. che importano per lungo piedi 210. ella hauerà per fronte volte 2 $\frac{1}{3}$. il 30. cioe 70. Fanti, che importano anc'essi piedi 210. (che tanto fa 30. volte, 7. piedi, quanto 70. volte, 3. piedi.) Questo inteso, o stabilito, cioe che nelle ordinanze quadre di terreno, o di sito, il numero delli Fanti della fronte è sempre volte 2 $\frac{1}{3}$. quanto il numero de i Fanti del fianco, noi finto la ordinanza composta dalle tre da farsi occupare il sito quadrangolare A B, la imaginaremo diuisa nelle tre; Cioe nella C D, media, quale habbi il numero de' Fanti della fronte C S, quadruplo al numero de' Fanti del fianco S D. Et nella A T, quadrata di terreno; cioè che habbi il numero de i Fanti della fronte A C, volte 2 $\frac{1}{3}$. quanto sarà il numero de' Fanti del fianco A L, Et anco nella S B, anc'ella quadra di terreno; cioe che pure habbi il numero de' Fanti della fronte S R, volte 2 $\frac{1}{3}$. quanto sarà il numero de' Fanti del fianco R B, Et hora per trouare i numeri de i Fanti, ad'esse fronti, & fianchi conuenienti, noi seruendoci della Regola della cosa, poneremo che il numero de i Fanti del fianco comune ad'esse tre ordinanze sia 1. cosa, che perciò

ciascuna delle quattro rette A L, C T, S D, & R B, sarà 1. cosa; Et perche la fronte C S, deue essere quadrupla al fianco C T, ella sarà 4. cose, Et perche del medesimo fianco 1 cosa, deue essere dupla sesquiterza; cioe volte 2 $\frac{1}{3}$. tanto ciascuna delle due fronti A C, & S R, perciò ciascuna d'esse sarà 2 $\frac{1}{3}$. cose, Onde tutta la lunghezza A R, del quadrangolo A B, sarà 8 $\frac{2}{3}$. cose, essendo la larghezza A L, 1. cosa; cioe il numero de' Fanti della total fronte A R, sarà 8 $\frac{2}{3}$. cose, Et il numero de' Fanti del fianco A L, sarà 1. cosa Ma per trouare il numero de' Fanti contenuti in essa totale ordinanza conuien moltiplicare il numero della fronte via il numero del fianco; cioe 8 $\frac{2}{3}$. cose, via 1. cosa, & il prodotto; cioe hora 8 $\frac{2}{3}$. censi verrà ad essere il numero de' Fanti contenuto in essa totale ordinanza A B, ma noi vogliamo che egli sia 14000. però habbiamo 8 $\frac{2}{3}$. censi eguale a questo 14000. Onde partendo il 14000. per 8 $\frac{2}{3}$. numero delli censi, che ne viene 1615 $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{3}$, questo sarà il valore del censo; cioe d'1. censo solo; però la cosa, o 1. cosa, che è la radice quaquadra d'1. censo (che 1. cosa, via 1. cosa fa 1. censo) valerà, o sarà la radice di detto 1615 $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{3}$. cioe 40 $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{6}$. & alquanto piu, perilche il numero de i Fanti del fianco A L, o di qual si vogli de gl'altri C T, S D, R B, posto essere 1. cosa, sarà 40 $\frac{2}{7}$ $\frac{2}{6}$. & piu: Ma perche i Fanti sono quantità discreta; cioe hanno la vnità indiuisibile, & che perciò non si può dire $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{6}$. o altro rotto di Fante; lassando esso rotto, & attendendo solo al 40. intiero, diremo che il fianco di ciascuna ordinanza hauerà 40. Fanti, Et hora facilmente trouaremo le fronti, che la C S, fronte dell'ordinanza media hauerà Fanti 160. cioe 4. volte quanto il fianco 40. Et questo 40. fianco detto preso volte 2 $\frac{1}{3}$. che fa 93 $\frac{1}{3}$. mostrarà che il numero de' Fanti della fronte di ciascuna delle due ordinanze quadre di terreno sarà de' Fanti non 93 $\frac{1}{3}$. che non si può dire, ma di Fanti 93. Bene è vero che elle non saranno precise quadre di terreno, poiche li Fanti 40. del fianco occupano in lungo piedi 280. & li Fanti 93. della fronte occupano solo piedi 279. il che auuiene, perche qui ci conuiene lassare andare il rotto $\frac{1}{3}$. nella fronte, qual rotto importa l' $\frac{1}{3}$. di 3. piedi; cioe importa 1. piede: Ancora perche il fianco realmente doueua essere 40 $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{6}$. & piu, & non 40. come conuien ponerlo, si vede che il sito occupato dalla totale ordinanza formata che hauerà Fanti 40. per fianco, & Fanti 93. 160. & 93. cioe Fanti 346. per fronte, non sarà intieramente grande, come il sito che occupariano li 14000. Fanti proposti, & perciò in essa ordinanza formata non saranno tutti li 14000. Fanti, perilche a sapere quanti vi se ne contengono realmente, & perciò quanti ne auanzariano fuori della ordinanza, noi, o moltiplicaremo il fianco 40. con la total fronte 346. che fa 13840. Ouero ad'ordinanza per ordinanza, moltiplicaremo 40. fianco per 160. fronte nella media che fa 6400. Fanti; Et 40. fianco con 93. Fanti in ciascuna dell'altre due che fa 3720. & però diremo che nella media sono Fanti 6400. & in ciascuna dell'altre due sono Fanti 3720. Et però in tutto Fanti 13840. Onde fino al 1400. vi auanzano Fanti 160. quali auanzi sogliono poi accomodare i Sergenti doue occorra.

Di piu sia che occorra fare vna Piazza, o Cortile Quadrangolo rettangolo di piedi 1680. di grandezza tale che dà vn'angolo allo a lui contraposito siano piedi 58. Si domanda quanto douerà essere la lunghezza, & quanto la larghezza; cioe i dui lati che formano vno de gl'angoli retti d'esso Quadrangolo.

Ponasi vno d'essi dui lati essere 1. cosa, & perche a moltiplicare l'vn lato delli dui per l'altro se ne produce la grādezza del rettāgolo che deue essere 1680. si vede che a partire questa grādezza per l'altro lato, l'auenimento deue essere l'altro lato, onde partendo 1680. per il lato posto 1. *, l'auenimento

a r

58

c

1. censo 1680. esimo d'1. cosa
1. censo piu 2822400. esimo d'1. censo eguale 3364.
Cioe 1. censo censo p̄, 2822400 eguale à 3364 censi

1682
1682

282924
2822400

6724

8 2
1682

Il censo. vale. 1764. però la *. vale 42.
Ouero. 1600 Ouero 40.

mento 1680. esimo d'1. cosa sarà l'altro lato, Et perche i quadrati de i dui lati d'vn Triangolo rettangolo (quale sarà l'r a e, mità del Quadrangolo da farsi) gionti insieme compogono il quadrato del lato oppostoli, quale sarà il c r, diametro del quadrangolo da farsi posto douere essere 58. conuiene che al quadrato di questo 58. che è 3364. sia eguale la somma de dui quadrati de' lati detti, quali i quadrati sono 1. censo, Et 2822400 esimo d'1. censo; però essa somma è eguale à 3364. Onde moltiplicando ciascuna quantità per 1. censo denominatore del rotto, acciò si leui il rotto, & le quantità, o prodotti siano pure eguali fra loro haueremo 1. censo censo piu 2822400 eguale à 3364. censi, Onde in questa equatione di 1. censo censo, & numero eguale à censi (che è simile all'equatione di 1. censo, & numero eguale à cose) dal quadrato di 1682. mità del numero de' censi cauato 2822400. numero della equatione che è con l'1. censo censo, & del restante 6724. presa la radice che è 82. questa si gionga, & caui a 1682. mità detta del numero de' censi, che ciascuno de i dui resultanti 1764. Et 1600. sarà il valore del censo; però il valore della cosa, che è radice del censo, sarà la radice di 1764. Et anco potrà essere la radice di 1600. cioe sarà 42. Et anco potrà essere 40. Onde vn lato posto 1. cosa sarà 42. Ouero sarà 40. Cioe delli dui lati vno sarà 42. & l'altro 40.

Sia ancora che si dica, Il Cartaro vuol fare vna sorte di carta, tale che ciascun foglio sia lungo quanto è il decuplo della linea a c, o vogliamo dire sia 10. misure della lunghezza della misura a c, & tanto largo che andandolo piegando in mezo foglio, in quarto, in ottauo, in sesto decimo

a ———————— c

& in trentadue esimo; cioe di mano in mano quanto si vogli, esse piegature ritenghino sempre precise la medesima forma, o similitudine fra loro, & con il foglio totale; Si domanda quanto douerà essere largo il foglio,

Per trouarlo, ricorrendo al solito all'Algebra, poneremo ch'egli sia largo misure 1. cosa essendo lungo le 10. misure dette, onde piegandolo in mezo foglio, la lunghezza del mezo foglio verrà ad essere 1. cosa (cioe la larghezza istessa del foglio intiero,) & la larghezza verrà ad essere 5. (cioe la mità della lunghezza del foglio intiero,) Onde tal conuenienza nel mezo foglio douerà hauere 1. cosa lunghezza a 5. larghezza, quale nel foglio intiero hà 10. lunghezza ad'1. cosa larghezza; Cioe Se 10. lunghezza del foglio da 1. cosa sua larghezza, conuerrà che 1. cosa lunghezza del mezo foglio dia 5. sua larghezza; Ma se 10. da 1. cosa essa 1. cosa da $\frac{1}{10}$. censi (che 1. cosa seconda via 1. cosa terza delle tre quantità nella regola del Tre, fa 1. z, & questo prodotto partito per 10. prima d'esse tre quantità dette ne viene $\frac{1}{10}$. censi) perilche questo $\frac{1}{10}$. censi doueria essere la larghezza del mezo foglio, ma ella di necessità è 5. mità della larghezza del foglio totale; però conuiene che $\frac{1}{10}$. censi, sia eguale 5. Et cosi in questa Equatione 1. censo sarà eguale a 50. cioe partendo 5. per $\frac{1}{10}$. numero de' censi, ne viene 50. valore del censo, perilche la cosa, che è radice del censo, valerà la radice di 50. che in numeri importa quasi $7\frac{1}{14}$. cioe non arriua à $7\frac{1}{14}$. se ben passa $7\frac{1}{15}$. (che il quadrato di $7\frac{1}{14}$. è $59\frac{1}{196}$. & il quadrato di $7\frac{1}{15}$. e $49\frac{211}{225}$. Et si possono trouare molti numeri rationali, anzi quanti si vogli, che di continuo si approssimaranno piu al vero incognito, o inesplicabile che non fanno li detti $7\frac{1}{14}$. & $7\frac{1}{15}$. nel modo massime mostrato nel mio particolar trattato della Radice quadra doue breuissimamente si mostra il trouare la rad. delli nume. & le approssimationi d'esse) diremo dunque che la larghezza del foglio douerà essere alquanto piu di misure $7\frac{1}{15}$. ma non arriuare a $7\frac{1}{14}$. o vogliamo dire molto propinquamente, douerà essere misure $7\frac{7}{100}$. & alquanto piu, che il quadrato di $7\frac{7}{100}$. e solo $49\frac{9849}{10000}$. che è minore di 50. in $\frac{151}{10000}$. ma piu prossimo saria $7\frac{71}{1000}$. perche il suo quadrato $49\frac{999041}{1000000}$. è minore di 50. solo in $\frac{959}{1000000}$. che non arriua ad' $\frac{1}{1000}$. & anco piu prossimo saria $7\frac{7107}{100000}$. che $7\frac{71068}{1000000}$. saria eccedente.

Per estraherne mò la Regola numerale, Vediamo che l'$\frac{1}{10}$. numero de' censi e sempre quello che nasce a partire la vnità per 10. numero della lunghezza del foglio totale, & il 5. (qual si parte per esso $\frac{1}{10}$. numero de censi) e sempre la mità d'esso 10. numero della lunghezza del foglio totale, che dell'auenimento 50. di questa partitione, la radice e la larghezza cercata; ma a partire 5. per $\frac{1}{10}$. e quanto a moltiplicare esso 5. per 10. Onde si può dire che il 50 auenimento deriua da moltiplicare 10. lunghezza del foglio totale via 5. sua mità; perilche si potrà dire.

Data la lunghezza del foglio ella si moltiplichi via la mità d'essa sua lunghezza, & del prodotto si pigli la radice, che ella sarà la larghezza; Ma a moltiplicare due quantità frà loro, & del prodotto pigliare la radice, e quanto fra esse due quantità trouare la media proportionale, però si può dire che la larghezza del foglio e sempre media proportionale fra la lunghezza, & la mità d'essa lunghezza, Onde quando la lunghezza sia 1. la larghezza sarà radice $\frac{1}{2}$. che è media proportionale fra 1. lunghezza, & $\frac{1}{2}$. sua mità qual radice $\frac{1}{2}$. si può dire essere propinquamente fra $\frac{7071067}{10000000}$. & $\frac{7071068}{10000000}$.

Et

Et in linea Data la a c, lunghenza del foglio, (o decima parte, o altra parte data della lunghezza) fra essa a c, & la sua mità a n, ouero n c, trouisi la media proportionale r c, (cioe sopra la a c si formi vn semicircolo, & dalla sommità r, d'esso (che è quel punto r, al quale arriuasse la n r, perpendicolare al diametro a c, che si partisse dal punto n. centro del circolo) si tiri ad vno de gl'estremi del diametro poniamo al c, la r c,) che ella sarà la larghezza cercata (o similmente la decima parte, o altra parte data della larghezza) del foglio.

```
      707108
      707108
     -------
     4956864
    707108
   4949756
  4949756
 -------------
 500001013664
      141415
 -------------
 499999609449. quadrato di 707107.
```

Fig. 39.

IL Banchiero in Bologna ad'vn Gentilhuomo che gli porta Ongari 43. & Cecchini 14. hà dato Lir. 359. di moneta, Et poi al medesmo prezzo di Ongari 41. & Cecchini 38. gli diede Lire 505. di moneta; Si domanda per quanto gli cambiò l'Ongaro, & per quanto il Cecchino.

Pongasi che cambij l'ongaro per Lir. 1. cosa, cosi nel primo cambio li ongari 43. importaranno Lir. 43. cose, & però li cecchini 14. importaranno il resto fino alle Lir. 359. cioe importaranno Lire 359. meno 43. cose; quale partito per 14. numero delli cecchini, ne viene Lire 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose, il che sarà il valore del cecchino, & cosi sappiamo che quando l'ongaro vagli Lir. 1. cosa all'hora il cecchino valerà Lir. 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose. A questo prezzo mò vedremo quanto importano li ongari 41. & cecchini 38. del secondo cambio; che li ongari 41. a Lir. 1. cosa, per ongaro importano Lir. 41. cosa, Et li cecchini 38. a Lir. 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose per cecchino importaro Lir. 974 $\frac{3}{7}$. m̄. 116. $\frac{5}{7}$. cose, che giunti insieme fanno Lir. 974 $\frac{3}{7}$. meno 75 $\frac{5}{7}$. cose, & questo deue essere il valore di ongari 41. & cecchini 38. ma egli è Lir. 505. però esse Lir. 974 $\frac{3}{7}$. m̄. 116 $\frac{5}{7}$. cose sono eguali a Lir. 505 che accomodato il meno, & leuato Lir. 505. da ciascuna parte haueremo 75 $\frac{5}{7}$. cose eguale a Lir 479 $\frac{3}{7}$. Onde partite Lir 469 $\frac{3}{7}$ per 75 $\frac{5}{7}$. numero delle cose l'auenimento Lir. 6 $\frac{1}{5}$. sarà il valore della cosa, & però dell'ongaro; Hora che habbiamo noto l'ongaro valere Lir. 6. Sold. 4. facilmente trouaremo il valore del cecchino, o mediante il primo cambio, o mediante il secondo a nostro piacere che se vorremo valerci del primo diremo, li ongari 43. a Lir. 6 $\frac{1}{5}$. l'vno vagliono Lire 266 $\frac{3}{5}$. che cauate da Lir. 359. restano Lir. 92 $\frac{2}{5}$. per li 14. cecchini, Onde partendo Lir. 92 $\frac{2}{5}$. per 14. che ne viene Lir. 6 $\frac{3}{5}$. questo sarà il valore del cecchino. Che se ci vorremo seruire del secondo cambio, diremo similmente, li ongari 41. a Lir. 6 $\frac{1}{5}$. l'vno importano Lir. 254 $\frac{1}{5}$. che cauate da Lir. 505. restano Lir. 250 $\frac{4}{5}$. per li 38. cecchini, Onde partendo Lir. 250 $\frac{4}{5}$. per 38. che ne viene Lir. 6 $\frac{3}{5}$. questo sarà il valore del cecchino, come anco si trouò mediante il primo cambio, diremo dunque che l'ongaro si cambiò per Lir. 6. Sold. 4. Et il cecchino per Lir. 6. Sold. 12.

Ongari 43. & Cecchini 14. vagliono Lir. 359.
Ongari 41. & Cecchini 38. vagliono Lir. 505.

Vaglia l'Ongaro Lir. 1. cosa, li 43. Ongari Lir. 43. cose
li 14. Cecchini valeranno Lir. 359. meno 43. cose
1. Cecchino valerà Lir. 25 $\frac{9}{14}$ meno 3 $\frac{1}{14}$. cose

```
      Lir. 1. cosa,  Lire 25 9/14. meno 3 1/14. cose
 Ongari 41.  Cecchini 38.
 ------------------------------------------
 Lir. 41. cosa,     342
                     24 3/7.
                    950
                   ------
       Lir.   974 3/7. meno 116 5/7. cose
       Lir.                 41. cosa
       ------------------------------
       Lir.   974 3/7. meno 75 5/7. cose eguale a Lir. 505.
    Cioe 75 5/7. cose eguale a Lir. 469 3/7.
        530                  3286
                  Lir.   6 106/530.
```

la cosa vale Lir. 6 $\frac{1}{5}$. & però l'ongaro vale Lir. 6 $\frac{1}{5}$.
cioe Lir. 6. Sold. 4.

Voglio hora mostrare vn modo giudiciale da risoluere simili quesiti, quale se bene qui sarà di lunga operatione, farò volontieri la fatica, poiche il mio principale intento è che lo Studente si facci esperto. Dico dunque, che si può considerare, che se con Lire 359. si hāno ongari 43 & cecchini

chini 14.ne ſegue che con le ſeguēti Lir.505.ſi haueriano ongari 60 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 3\ 9}$.& cecchini 19 $\frac{2\ 4\ 0}{4\ 5\ 9}$. ma ſi ſono hauuti ong 41.& cecchini 38.però tāto importano ong.60 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 5\ 9}$.& cecchini 19 $\frac{2\ 4\ 0}{4\ 5\ 9}$ quāto ong. 41.& cecchini 38.Onde da ciaſcuna bdā leuādo la minor quātità di ong. & la minor quātità di cecchini;cioe ong 41.& cecchini 19 $\frac{2\ 4\ 0}{4\ 5\ 9}$. da vna banda reſtaranno ongari 19 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 5\ 9}$. & dall'altra cecchini 18 $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 5\ 9}$. perilche ſapremo che tāto importano ongari 19 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 5\ 9}$. quanto cecchini 18 $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 5\ 9}$.& p ſchiuar rotto molti plicādo ciaſcun d'eſſe due quantità per 359. denominatore a loro comune, ſapremo che ongari 6996. importano quanto cecchini 6572. Et ſe vorremo ſchiſare, o abbreuiare per 4.diremo che ongari 1749. ſono equiualenti a cecchini,1643. Hora potremo ridurre li primi ongari 43. & cecchini 14. Ouero li ſecondi ongari 41 & cecchini 38. o tutti ad ongari, o tutti a cecchini, come pin ci piacerà ; Et ſia che ci piaccia ridurre li ongari 43.& cecchini 14.tutti a cecchini;cioe vedere ongari 43. & cecchini 14. quanti cecchini ſiano,che quanto alli cecchini 14.non occorre oltre, che già ſono cecchini,ma ſolo nelli ongari 43.ridurli anc'eſſi a cecchini,perilche diremo, Se ongari 1749. ſono cecchini 1643. li ongari 43.quanti cecchini ſaranno?& vedremo che ſaranno cecchini 40 $\frac{6\ 8\ 0}{1\ 7\ 4\ 9}$.quali con li cecchini 14.fanno cecchini 54 $\frac{6\ 8\ 0}{1\ 7\ 4\ 9}$.& queſti importano quanto ongari 43. & cecchini 14. però importano Lir.359.Onde partendo Lir.359 per eſſo numero di cecchini l'auenimento Lir.6 $\frac{2}{3}$.ſarà il valore del cecchino,mediante la notitia del quale trouaremo l'ongaro valere Lir.6 $\frac{1}{5}$.

Lir.359. | Ongari 43. Et Cecchini 14. (Lir.505.

21715 — 7070

Ongari 60 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 5\ 9}$. Et Cecchini 19 $\frac{2\ 4\ 0}{4\ 5\ 9}$.

Sono quanto Ongari 41. Et Cecchini 38

Però Ongari 19 $\frac{1\ 7\ 5}{4\ 5\ 9}$. quanto Cecchini 18 $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 5\ 9}$.

Cioe Ongari 6996.quanto Cecchini 6572.

Cioe Ongari 1749.quanto cecchini, 1643.(che ſaranno ongari 43.

4929
6572

70649

40

Saranno Cecchini. 40 $\frac{6\ 8\ 0}{1\ 7\ 4\ 9}$.
Cecchini 14.

Però Cecchini. 54 $\frac{6\ 8\ 0}{1\ 7\ 4\ 9}$.ſono Lir. 359

6996 — 15741
8745 — 8745
5147

95135 | 627891

Il Cecchino vale Lir. 6 $\frac{2}{3}$.
57081
19027

Ongari 43.hà cecchini 14. & Lir.359. Che hauerà ongari 41.

Potreſſimo anco operare con queſt'altro modo giudiciale dicendo, Se ad ongari 43. ſi accompagnano cecchini 14. & il compoſto importa Lir. 359. Alli ſecondi ongari 41. quanti cecchini ſi doueriano accompagnare alla medeſma ragione,o proportione, & quanto valeria poi il loro compoſto . Che ſe 43.hà(14.il 41.hauerà(13 $\frac{1}{4}\frac{5}{3}$. Et ſe 43. hà Lire 359. il 41.hauerà Lire 342 $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$.

574 — 359
1436

Hauerāno Cecchini. 13 $\frac{1}{4}\frac{5}{3}$.

14719

Lir. 342

181

99

Et Lir. 342 $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$.

P — Ongari

Ongari 41.& Cecchini $13\frac{1}{4}\frac{5}{3}$. importano Lir. $342\frac{7}{4}\frac{3}{3}$.
Ongari 41.& Cecchini 38. importano Lir.505.

Però Cecchini $24\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. importano Lir. $162\frac{3}{4}\frac{0}{3}$.
1160 6996

Il Cecchino importa. Lir. $6\frac{3}{5}$.

636
212

Ongari 43. & Cecchini 14. Vagliono Lir. 359.
Ongari 41. & Cecchini 38. Vagliono Lir. 505.

A	B	C
D $1\frac{3}{7}\frac{3}{8}$.		E Lir. $13\frac{1}{3}\frac{5}{8}$.
via 14.		via 14.
G, $15\frac{2}{1}\frac{2}{9}$.		Lir. $186\frac{1}{1}\frac{}{0}$.
43.		Lir. 359
I, $27\frac{1}{1}\frac{7}{9}$.	H,	Lir. $172\frac{1}{1}\frac{8}{9}$.
530		3286
		6
		106
		530

Il valore d'1. A, è O, Lir. $6\frac{1}{5}$.

Et così sappiamo che ongari 41. & cecchini $13\frac{1}{4}\frac{5}{3}$. importano Lir. $342\frac{7}{4}\frac{3}{3}$. Ma sappiamo ancora che li ongari 41. con cecchini 38. importano *Lire* 505. Onde cecchini $24\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. loro differenza importarà *Lir* $162\frac{3}{4}\frac{0}{3}$ differenza delle loro valute, però partendo *Lir*. $162\frac{3}{4}\frac{0}{3}$. per $24\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. l'auenimento *Lire* $6\frac{3}{5}$. sarà il valore del cecchino.

Et dall'operatione Algebratica superiore in questo quesito estrahendone la Regola numerale si potrà dire.

Per trouare il valore dell'ongaro, o prima moneta nominata, & sia A, Presa, o la quantità del primo cambio, o quella del secondo a beneplacito, poniamo quella del secondo doue ongari 41.& cecchini 38.vagliono *Lir*.505. Partasi con il numero della seconda moneta B, cioe cō 38. numero delli cecchini d'essa seconda quātità il numero dell'A, 41. & ne venga D, $1\frac{3}{3}\frac{}{8}$. & anco il nume. delle *Lir*.C, equiualente d'essa seconda quantità cioe *Lir*. 505.& ne venga E, *Lir*. $13\frac{2}{3}\frac{3}{8}$. con il quale E, si moltiplichi il numero della seconda moneta dell'altra quantità; cioe 14. numero delli cecchini, & il prodotto F, si caui dal numero delle *Lir*. equiualente a detta prima quantità, cioe da *Lir*.359.& resti H, *Lir*. $172\frac{1}{1}\frac{8}{9}$. Ancora con l'auenimento D, $1\frac{3}{3}\frac{}{8}$. si moltiplichi il numero della seconda moneta dell'altra quantità; cioe 14. numero detto delli cecchini, & il prodotto G, $15\frac{2}{1}\frac{}{9}$. si caui dal numero della prima moneta di essa altra quantità; cioe da 43. numero delli ongari, & con il restante I, $27\frac{1}{1}\frac{7}{9}$. si parta H, *Lir*. $172\frac{1}{1}\frac{8}{9}$. che l'auenimento O, *Lir*. $6\frac{1}{5}$. sarà il valore dell'ongaro, o prima moneta A, sopradetta; mediante il quale facilmente si trouarà il valore dell'altra moneta, o cecchino.

Et dicendosi, scudi 10.ducatoni 16. & cecchini 20. vagliono *Lir*.242. Et alli medesimi prezzi scudi 8.ducatoni 18.& cecchini 14.vagliono *Lir*.204. Si domanda quanto vale ciascuna di dette tre sorti di monete da se; Noi potremo cominciando dallo scudo (se così ci piaccia) ponere che lo scudo vagli *Lir*.1. cosa, Et perche ancora vi sono due altre sorti di monete si potrà ponere che l'vna di loro, & sia il ducatone, vagli 1.cosa di cosa, o vogliamo dire 1.quantità (per conformarci con l'vso) onde adoprando vna delle due quantità, o somme proposte, & sia la prima di scudi 10. ducatoni 16.& cecchini 20.vedremo che li scudi 10.a 1.cosa, per scudo vagliono 10.cose, Et li ducatoni 16.a 1.q.per ducatone vagliono 16.q.che con le 10.cose fanno 10.cose piu 16.q.perilche li restanti cecchini 20.valeranno il resto fino a *Lir*.242. ilche è Lir.242. meno 10. cose meno 16.q. però 1.cecchino solo valerà *Lir*. $12\frac{}{1}\frac{1}{0}$. meno $\frac{1}{2}$.cosa meno $\frac{4}{5}$.q. Hora a questi prezzi vedremo quanto valeriano le monete della seconda somma, cioe scudi 8.ducatoni 18.& cecchini 14. Che li scudi 8.valeriano 8.cose, li ducatoni 18.valeriano 18.q. Et li cecchini 14. a *Lir*. $12\frac{}{1}\frac{1}{0}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa, meno $\frac{4}{5}$ q. per cecchino valeriano *Lir*. $169\frac{2}{5}$. meno 7.cose meno $11\frac{1}{5}$.q. che gionte insieme fanno *Lir*. $169\frac{2}{5}$. piu 1, cosa piu $\frac{4}{5}$.q.& questo deue essere *Lir*.204. però siamo peruenuti all'equatione, ma in esse principalmente conuien trouare il valore della quantità, o cosa di cosa; perilche da ciascuna banda si cauarà *Lir*. $169\frac{2}{5}$. piu 1.cosa; accioche le $6\frac{4}{5}$.q. restino da se, & così haueremo $6\frac{4}{5}$.q. eguale a *Lir*. $34\frac{3}{5}$. meno 1.cosa; Et partito per $6\frac{4}{5}$. numero delle q. si hauerà 1.q. eguale a *Lir*. $5\frac{}{3}\frac{3}{4}$. meno $\frac{5}{3}\frac{}{4}$. cose; cioe la q. valerà *Lir*. $5\frac{}{3}\frac{2}{4}$. meno $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. cose, Onde ponendo lo scudo valere 1.cosa, si douerà ponere il ducatone *Lir*. $5\frac{3}{4}\frac{}{4}$. meno $\frac{5}{4}\frac{}{4}$. cose, perilche nella prima somma li scudi 10.valeranno 10.cose, Et li ducatoni 16.valeranno *Lir*. $81\frac{}{1}\frac{7}{7}$. meno $2\frac{6}{1}\frac{}{7}$. cose;

cioe

cioe in tutto Lir. 81 $\frac{7}{1}\frac{}{7}$. piu 7 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. cose, Onde il restante fino a Lir. 242. che è Lir. 160 $\frac{1}{1}\frac{0}{7}$. meno 7 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. cose sarà il valore delli 20. cecchini, però il cecchino valerà Lir. 8 $\frac{}{3}\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. cose. Ma a questi prezzi, valutando le monete della seconda somma che sono scudi 8. ducatoni 18. & cecchini 14. elle valeranno 8 cose Lir. 91 $\frac{1}{1}\frac{0}{7}$. meno 2 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. cose, Et Lir. 112 $\frac{}{1}\frac{7}{7}$. meno 5 $\frac{}{1}\frac{6}{7}$. cose, che gionte insieme esse valute fanno Lire 204. valore noto loro; perilche non si peruiene ad Equatione alcuna della quale si possa venire in cognitione del valore della cosa; Si vede bene che vagli lo scudo, o la cosa quanto si vogli, il ducatone deue valere Lir. 5 $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. meno $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. cose; cioe Lir. 5 $\frac{3}{3}\frac{}{4}$. manco $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. di scudo (che perciò se bene hò detto vagli lo scudo quanto si vogli si deue intendere, che li suoi $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. non arriuino a Lir. 5 $\frac{3}{3}\frac{}{4}$. accioche Lir. 5 $\frac{3}{3}\frac{}{4}$. meno $\frac{5}{3}\frac{}{4}$. di scudo sia qualche cosa,) Et il cecchino deue valere Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$. meno $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. cose; cioe Lir. 8 $\frac{}{3}\frac{1}{4}$. manco $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. di scudo (che perciò conuiene che li $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. di scudo siano manco di Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$. accioche il cecchino possa valere qualche cosa) Et cosi si conosce che il quesito può hauere quante risposte si vuole, & che a trouare veramente il valore determinato di ciascuna d'esse tre sorti di monete nõ basta la cognitione data delle Lir. 242 valuta delle prime, Et Lir. 204. valuta delle seconde; Che potressimo fingere, o dire che lo scudo valesse poniamo Lir. 3. & però il ducatone che sappiamo douer valere di necessità Lir. 5 $\frac{3}{3}\frac{}{4}$. manco $\frac{5}{3}\frac{}{4}$. di scudo, valeria Lir. $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. manco Lir. $\frac{1}{3}\frac{5}{4}$. cioe Lir. 4 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. Et il cecchino che sappiamo douer valere Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$. manco $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. di scudo valeria Lire 8 $\frac{}{3}\frac{1}{3}$. manco Lir. $\frac{3}{3}\frac{0}{4}$. cioe 6 $\frac{1}{1}\frac{5}{7}$. Onde li primi scudi 10. ducatoni 16. & cecchini 20. valeriano Lir. 30. Lir. 64 $\frac{1}{}\frac{7}{1}\frac{6}{7}$. & Lir. 120 $\frac{2}{}\frac{0}{1}\frac{0}{7}$. cioe Li. 30. Lir 74 $\frac{}{1}\frac{4}{7}$. Et Lir. 137 $\frac{1}{1}\frac{5}{7}$. che fanno bene in tutto Lir. 242. come bisogna.

Et li secondi scudi 8. ducatoni 18. & cecchini 14 valeriano Lir. 24. Lir. 72 $\frac{1}{}\frac{0}{1}\frac{8}{7}$. & Lir. 84 $\frac{2}{}\frac{1}{1}\frac{0}{7}$. cioe Lir. 24. Lir. 83 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. & Lir. 96 $\frac{}{1}\frac{6}{7}$. che ben fanno in tutto Lir. 104. come bisogna; Et se hauessimo finto lo scudo valere Lir. 5. il ducatone doueria valere Lir. 5 $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. manco Lir. $\frac{2}{3}\frac{5}{4}$. cioe Lir. 4 $\frac{}{1}\frac{6}{7}$. & il cecchino Lir. 8 $\frac{}{3}\frac{1}{4}$. manco Lir. $\frac{6}{3}\frac{5}{4}$. cioe Lir. 6 $\frac{2}{1}\frac{}{7}$. Onde li primi scudi 10. ducatoni 16 & cecchini 20. valeriano Lir. 50. Lir. 64 $\frac{0}{1}\frac{6}{7}$. & Lir. 120 $\frac{4}{1}\frac{0}{7}$. Cioe Lir. 50. Lir. 69 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. & Lir. 122 $\frac{}{1}\frac{6}{7}$. che fanno in tutto Lir. 242. come bisogna; Et li secondi scudi 8. ducatoni 18. & cecchini 14. valeriano Lir. 40. Lir. 72 $\frac{1}{}\frac{0}{1}\frac{8}{7}$. & Lire 84 $\frac{2}{1}\frac{8}{7}$. cioe Lir. 40 Lir. 78 $\frac{}{1}\frac{6}{7}$. & Lir. 85 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. che fanno in tutto Lir. 204. come si ricerca.

Del che si auertisce lo Studente; acciò sia accorto nelle occorrenze. Bene è vero che dato il valore d'vna delle sopradette due quantità, o somme, poniamo della prima che è scudi 10. ducatoni 16 & cecchini 20. che sia Lir. 242. Se poi al medesmo prezzo sapremo, il valore non di tre altre sorti di monete simili, ma di due sole d'esse quali si voglino, poniamo di scudi 7. & ducatoni 12. dicendo che vaglino Lir. 82. a gl'istessi prezzi de i primi, noi hora potremo trouare il valore di ciascuna delle tre sorti di monete nel modo sopradetto, perche potremo peruenire alla Equatione, & trouare il valore della cosa, Che con li scudi 10. ducatoni 16. & cecchini 20. hauendo trouato che quando lo scudo vagli 1. cosa, all'hora il ducatone vale Lire 5 $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. meno $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. cose, Et il cecchino Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$. meno $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. cose; hora ad esso prezzo valutaremo li secondi scudi 7. & ducatoni 12. che valeranno 7. cose, Et Lir. 60 $\frac{3}{3}\frac{6}{4}$. meno $\frac{6}{3}\frac{0}{4}$. cose che fanno in tutto Lir. 61 $\frac{}{1}\frac{1}{7}$. piu 5 $\frac{}{1}\frac{4}{7}$ cose, & questo è eguale alle Lir. 82. che vagliono realmente detti scudi 7. & ducatoni 12. perilche siamo peruenuti all'equatione, & cauato Lir. 61 $\frac{}{1}\frac{1}{7}$. da ciascuna banda haueremo 5 $\frac{}{1}\frac{4}{7}$. cose eguale a Lir. 20 $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. Onde la cosa, valerà Lir. 4. & questo sarà il valore dello scudo che si pose essere 1. cosa; Il ducatone che deue valere Lir. 5 $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. meno $\frac{5}{3}\frac{}{4}$. cose; cioe Lir. 5 $\frac{}{3}\frac{3}{4}$. manco $\frac{}{3}\frac{5}{4}$. di scudo valerà Lir. 5 $\frac{3}{3}\frac{}{4}$. manco Lir. $\frac{2}{3}\frac{0}{4}$. cioe Lir. 4 $\frac{1}{2}$. Et il cecchino che deue valere Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$ meno $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$. cose; cioe Lir. 8 $\frac{1}{3}\frac{}{4}$. manco Lir. $\frac{5}{3}\frac{3}{4}$. valerà Lir. 6 $\frac{1}{2}$. Et cosi habbiamo trouato il vero valore di ciascuna delle tre sorti dette di monete.

SI hà vna Tazza d'oro che pesa oncie 31 $\frac{3}{4}$. & si dubita che non vi sia interposta qualche quantità d'argento, & perciò si cerca modo da chiarirsene; Noi potremo in ciò seruirci dell'Algebra, hauendo prima cognitione della conuenienza che sia fra l'oro, & l'argento circa alla grauità & quanto è la grandezza della Tazza; Hor sia che vn quadretto d'oro pesi oncie 8. Et che vn quadretto dell'istessa grandezza d'argento pesi oncie 7. Et che la Tazza sia grande 4. di questi quadretti; Ma perche è difficilissimo trouare la grandezza d'vna Tazza, o corpi simili con modi Geometrici ordinarij, ci seruiremo del giudicio, come fece Archimede nell'occasione di conoscere se la Corona di Nerone era d'oro fino, o se vi era mista parte alcuna d'argento; Onde hauendo vn Vaso quadro, o quadrangolo regolare, acciò si sappia facilmente la superficie della base (di tal grandezza che possa chiudere in se la Tazza, (o altro corpo di che forma si vogli,) & si potrà fare diligẽtemẽte di lũghezza, & larghezza di quãte misure si voglino, poniamo di 10 mis. p lato, o 10. misu. per vn lato, & 9. o 8. o altro num. per l'altro) che essendo 10. per lato la superficie della base, o fondo sarà 100. mis. o quadretti superficiali d'vna misura per lato; Et ancora nell'altezza,

comin-

cominciando dal fondo si vadano con diligenza segnando i numeri delle misure d'essa altezza per ordine, poi postoui dentro acqua (o altra cosa liquida) fino ad vna determinata altezza di numero di misure, tale che quando vi sia posta la Tazza (o altro corpo) ella sia del tutto coperta dall'acqua, & che anco per maggior sicurezza di diligente operatione, la superi; sia che l'acqua sola arriui all'altezza di misure 12. & postoui poi la Tazza (o altro corpo) occorra che alzandosi l'acqua ella arriui all'altezza di misure 15. che così alzandosi l'acqua misure 3. la Tazza verrà ad essere tanto grande quanto importa il corpo quadrangolo che sia alto esse misure 3. & habbi di superficie le misure 100. dette che perciò importarà 3. volte 100. cioe 300. misure cubiche, o corporee, cioe 300. da detti cubi, lunghi, larghi, & alti vna misura, o vogliamo dire che sia 1. per ciascun lato, onde si conoscerà la Tazza posta nell'acqua essere grande misure 300. Ancora preso vn pezzo d'oro fino, & posto nell'acqua vedremo nel medesimo modo quanto sia grande, & lo pesaremo, & sia che egli si troui essere grande misure 100. & pesi oncie 12. Et postoui vn pezzo d'argento fino sia che trouandosi grande misure 200. egli pesi oncie 21. che se fusse oro pesaria oncie 24. perche è doppio di grandezza al pezzo d'oro detto, onde così conosciamo che la proportione della grauità dell'oro alla grauità dell'argento saria come da 24. a 21. cioe come da 8. a 7. (secondo però questo finto soppposito, che qui basta a mostrare il modo d'operare;) Et quando si hauesse vna Statua, o altra cosa che non si volesse bagnare, all'hora in vece d'acqua, in vn Vaso, o Cassa grande a proposito si potria adoprare, grano, miglio, o altra simil cosa spianandola bene, & quando vi sia messa la Statua, & quādo ella non vi sia, per conoscere con diligenza quanto s'alzi il grano, o miglio in esso Vaso, o Cassa per causa della Statua, & di li deriuarne la sua grandezza corporea al modo detto. Et perche forsi piu facilmente si può osseruare con diligenza il peso delle cose che la misura, o grandezza loro, noi potressimo circa alla Tazza porla in vn Vaso (ne importaria di che forma, o pulitezza egli si fusse, che non si hà da cercare la grandezza del suo vacuo Geometricamente,) & impirlo d'acqua finche ella di sopra, o da vn buco piccolo forato in qualche parte d'esso (in tal luogo però che la Tazza stia tutta sotto l'acqua) versando di sopra resti pieno precise, o tutto, o fino ad esso buco; & cauatone poi la Tazza, & anco l'acqua da se del Vaso pesare essa acqua diligentemente con stadiera, o bilancie, & sia trouata libre 2. & oncie 8. (si potria anco hauer prima pesato il Vaso vuoto, & sia libre 9. & oncie 7. Et poi pesarlo con l'acqua detta, & sia libre 12. & oncie 3. che la differenza; cioe libre 2. & oncie 8. verrà ad essere il peso dell'acqua,) Et hauendo di già fatto esperimento di quanto peso sia l'acqua della istessa sorte contenuta in vn vacuo di misura nota, poniamo che si troui l'acqua di grandezza di misure 1000. cubiche essere libre 20. che perciò di misure 50. importaria libre 1. di qui mò potremo sapere la grandezza del vacuo del Vaso doue si pose la Tazza, o di tutto, o fino al buco detto; che riempito d'acqua, o tutto, o fino al buco detto al modo precise che staua quando vi era la Tazza, & pesatela al modo detto, (& si può serrare il buco pelandola cō il Vaso, acciò nel pesarli ella non esca) se ella pesarà libre 3 $\frac{1}{2}$. sapremo che il vacuo che hà tenuto, ò occupato l'acqua à misure 50. per libra douerà essere misure cubiche 175. delle dette, & perche l'acqua che era nel Vaso coprendo la Tazza fu libr. 2. & oncie 8. Si vede che la Tazza occupò il resto fino a libre 3 $\frac{1}{2}$. che sono oncie 10. & però importano misure cubiche 41 $\frac{2}{3}$. Et così habbiamo trouato la Tazza essere di grandezza misure cubiche 41 $\frac{2}{3}$. Ancora preso vn pezzo (o più pezzi) d'oro fino di peso poniamo d'oncie 18. & postolo nel Vaso detto, trouaremo la sua grādezza come s'è fatto nella Tazza, & sia misure cubiche 23 $\frac{-}{1}\frac{7}{6}$. Et di piu preso dell'argento fino di peso, poniamo d'oncie 20. & postolo nel Vaso istesso per trouarne similmente la grādezza sia ch'ella si conosca essere misure cubiche 29 $\frac{1}{2}\frac{6}{1}$. Et perche altro tanto oro; cioe misure cubiche 29 $\frac{1}{2}\frac{6}{1}$. d'oro pesaria oncie 22 $\frac{6}{7}$. (poiche le misure 23 $\frac{-}{1}\frac{7}{6}$. d'oro pesano oncie 18.) vediamo che la proportione dell'oro all'argento quanto alla grandezza è come da oncie 22 $\frac{6}{7}$. ad oncie 20. cioe (ridotto a intieri moltiplicando per 7.) come da 160. a 140. o come da 8. a 7. che è quello che si doueua sapere, insieme con il peso, & grandezza della Tazza, che il peso si è detto essere oncie 31 $\frac{3}{4}$. & la grandezza misure cubiche 41 $\frac{2}{3}$. Ma per hora stando nel primo suppo-

misure,	pesano	le misure
23 $\frac{-}{1}\frac{7}{6}$. d'Oro	oncie 18.	29 $\frac{1}{2}\frac{6}{1}$. che pesaranno,

1

3	2	5
15	6	25

$\frac{2}{1}\frac{7}{1}\frac{5}{6}$. ⋈ $\frac{1}{1}\frac{8}{1}$. ——— $\frac{6}{2}\frac{1}{2}\frac{5}{1}$.

si riduce à

$\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. ⋈ $\frac{2}{1}$. —— $\frac{5}{7}$. Cioe 16. via 2. via 5. che fa 160. da partire per 7. via 1. via 1. che fa 7. & ne viene 22 $\frac{6}{7}$.

160

pesarāno onc. 22 $\frac{6}{7}$.

sito

sito sopradetto; cioe che vn quadretto d'oro pesi oncie 8. & vn quadretto a lui eguale d'argento pesi oncie 7 & che la Tazza che è di grandezza 4. quadretti pesi oncie 31 $\frac{3}{4}$. vediamo che acciò ella fusse d'oro fino conuertria che pesasse 4.volte oncie 8.cioe oncie 32. ma pesa solo oncie 31 $\frac{3}{4}$. cioe manco di oncie 32.però è chiaro che non è oro fino,ma vi è mescolato metallo che pesa manco dell'oro qual metallo si dice essere argento,(Et se la Tazza fusse tutta d'argento fino,ella essendo grande 4.quadretti pesaria solo oncie 28.che è manco di oncie 31 $\frac{3}{4}$.)Per trouar mò distintamente quanto oro,& quanto argento vi sia,poneremo che delli 4.quadretti che ella è,vi siano quadretti 1.cosa d'oro;però il restante 4.meno 1.cosa saria argento,che l'oro a oncie 8.per quadretto,& l'argento a oncie 7.per quadretto pesariano oncie 4.cose, Et oncie 28.meno 7.cose,& però in tutto la Tazza pesaria oncie 28.piu 1.cosa,ma ella pesa oncie 31 $\frac{3}{4}$.però 28.piu 1.cosa è eguale a 31 $\frac{3}{4}$.cioe 1.cosa eguale a 31 $\frac{3}{4}$.però la cosa vale 3 $\frac{3}{4}$.Onde l'oro fino della Tazza che fu posto essere quadretti 1.c.sarà quadr. 3 $\frac{3}{4}$.& il resto fino a 4.cioe quadretti $\frac{1}{4}$. sarà l'arg. Et ben si vede che quadretti 3 $\frac{3}{4}$.d'oro a onc.8.per quadretto pesano onc. 30.Et quadretti $\frac{1}{4}$.d'argento a onc. 7.per quadretto pesa oncie 1 $\frac{3}{4}$.che con le oncie 30. fa à punto le oncie 31 $\frac{3}{4}$.che pesa la Tazza; Et cosi si conosce che delle 16.parti della Tazza 15.sono d'oro,& 1.d'argento.

Et per deriuarne la Regola numerale vediamo che il 28.che si caua da 31 $\frac{3}{4}$. peso della Tazza è il dutto di 4.misure grandezza della Tazza,via 7. peso del quadretto del metallo piu leggiero, & il 3 $\frac{3}{4}$.che rimane si parte per quell'1.numero di cosa,che resta a cauare 7.cose da 8.cose,che il 7.è il peso del quadretto dell'argẽto più leggiero,& l'8.è il peso del quadretto dell'oro piu graue, & l'auenimento 3 $\frac{3}{4}$. è il numero de' quadretti del metallo più graue; cioe dell'oro, & il resto fino a 4 cioe $\frac{1}{4}$. è il numero de' quadretti del metallo piu leggiero;cioe dell'argento. Ma si può anco dire per trouare che parte d'oro,& che parte d'argento e nella Tazza; Sapendo che tanto oro quanto è essa Tazza pesaria oncie 32.& tanto argento oncie 28.ponasi che in essa sia 1.cosa d'oro;però l'argento saria il resto cioe 1.meno 1.cosa,che quello moltiplicato per 32.& questo per 28.se ne produce 32.cose, & 28.meno 28.cose. che in somma fanno 4. cose piu 28.che verria ad essere il peso della Tazza,ma egli a 31 $\frac{3}{4}$.però 4.cose piu 28.sono eguali a 31 $\frac{3}{4}$.cioe 4.cose eguali a 3 $\frac{3}{4}$.però la cosa vale $\frac{15}{16}$.onde la parte dell'oro che fu posta essere 1.cosa sarà $\frac{15}{16}$.& il resto cioe $\frac{1}{16}$ (della grandezza però)sarà la quantità dell'argento; Che quanto al peso. Se la Tazza tutta;cioe li $\frac{16}{16}$.fusse oro, già sappiamo che pesaria oncie 32.però li $\frac{15}{16}$. sono oncie 30. che vi è d'oro, Et il resto cioe oncie 1 $\frac{3}{4}$.è l'argento; Et ben si vede che l'$\frac{1}{16}$. di oncie 28 che pesaria la Tazza se fusse tutto argento è oncie 1 $\frac{3}{4}$. come si dice.

Per Regola dunque in simili casi si potrà dire.

DAto vn misto di dui metalli,la proportione delle grauezze loro, & la grandezza,& peso del misto,per trouare distintamente quanto vi sia dell'vn metallo,& quanto dell'altro; Vedasi quanto pesaria la grandezza del misto A, se fusse tutto del metallo piu leggiero B, & anco se fusse del più graue C, & cauato B.da A,il resto si parta per la differenza di B al C,che l'auenimento sarà la parte del misto che è del metallo più graue, essendo il resto del piu leggiero.

Scusinmi di gratia gl'ingegni eleuati à i quali poche parole bastano per farli intendere le cose, che io desiderando che anco gli mediocri possino hauerne piena intelligenza sono astretto ancorche con molta mia fatica a dichiarare diffusamente quanto si propone.

Et dicendosi Vn Vaso è composto di 3.sorti di metalli;cioe oro, argento,& misto, & pesa oncie 56.essendo grande misure,o corpetti 9.trouato con il modo detto disopra; & sappiamo che vn solo corpetto cubo d'oro pesa oncie 8.ma d'argento pesa oncie 7.& di misto pesa oncie 3.si domanda che parte di ciascun metallo vi è dentro; Noi esperimentando quello che ci possa mostrare l'Algebra in questo caso,potremo ponere che delli 9.corpetti cubi,o grandezza del Vaso;l'oro sia 1.cosa,l'argento 1.quantità,& il misto il resto;cioe 9.meno 1.cosa meno 1.q che perciò li pesi loro saranno 8.cose,7.q.Et 27.meno 3.cose meno 3.q. che gionti insieme fanno 5.cose piu 4.q.piu 27.Et questa deue essere il peso del Vaso;cioe oncie 56. perilche e eguale à 56.cioe 5.cose piu 4.q.sono eguali à 29.Et lassando le q.da se haueremo 4.q.eguali a 29.meno 5.cose;però la quantità valerà 7 $\frac{1}{4}$. meno 1 $\frac{1}{4}$.cosa,Onde di nuouo posto che l'oro del vaso sia 1. cosa l'argento sarà 7 $\frac{1}{4}$. meno 1 $\frac{1}{4}$.cosa,Et il misto il resto fino à 9.cioe 1 $\frac{3}{4}$.piu $\frac{1}{4}$.cosa, quali tre metalli moltiplicati per 8.7.& 3.producono per loro pesi 8.cose,50 $\frac{3}{4}$.meno 8 $\frac{3}{4}$.cose; Et 5 $\frac{1}{4}$.piu $\frac{3}{4}$.cose,che gionti insieme fanno a punto 56.per il peso del Vaso, come veramente è, ma perciò non si peruenendo ad equatione alcuna non potiamo trouare quanto sia l'oro, l'argento, & il misto del Vaso separatamente; l'Algebra nondimeno ci fa conoscere che l'argento è 7 $\frac{1}{4}$.meno 1 $\frac{1}{4}$.cosa, quando l'oro sia 1.cosa;cioe che l'argẽto è misure 7 $\frac{1}{4}$.mãco volte 1 $\frac{1}{4}$.le misure dell'oro;cioe se le misure dell'oro fussero 4.quelle dell'argento sariano 7 $\frac{1}{4}$.meno 5.cioe 2 $\frac{1}{4}$.Et quelle del misto sariano 1 $\frac{3}{4}$. piu $\frac{1}{4}$.cosa;cioe 1 $\frac{3}{4}$.piu 1.che è 2 $\frac{3}{4}$.quali misure 4.2 $\frac{1}{4}$.& 2 $\frac{3}{4}$.cioe 9. in tutto come conuiene;

moltiplicate per i suoi pesi 8.7.& 3.fanno 32.15 $\frac{3}{4}$.& 8 $\frac{1}{4}$.che gionti insieme fanno 56. come bisogna; Et se l'oro fusse misure 5.l'argento saria 7 $\frac{1}{4}$.meno 6 $\frac{1}{4}$.cioe misure 1. Et il misto 1 $\frac{3}{4}$.p̃. 1 $\frac{1}{4}$.cioe misure 3.che in tutto fanno 9.& pesano oncie 40. oncie 7.& oncie 9. cioe in tutto oncie 56.come conuiene: Et cosi vediamo che quando si hauesse vera cognitione della quantità d'alcuno de tre metalli, si verria anco senz'altra positione Algebratica in cognitione delle quantità particolari di ciascuno de gl'altri dui metalli;Il che serua per auenimento a gl'Studenti,

VN Mercante pone in vn Trafico Cecchini 225. & in fine di 2.anni si troua hauere in tutto Cecchini 324. si domanda a quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauere guadagnato.

Noi per facilità riduremo il capitale à 100.che se 225.torna 324. il 100. tornarà 144.& però diremo, & sarà l'istesso.

Vn Mercante trafficando 100.si troua in fine di dui anni hauere accumulato 144.si domanda à quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauer guadagnato.

Pono che il merito sia à 1.cosa per 100.l'anno,però 100.in fine d'vn'anno tornarà 100.piu 1.cosa Et se 100. guadagna 1.cosa l'anno,questo 100.piu 1.cosa guadagnarà 1.cosa piu $\frac{1}{100}$.censi, che con il capitale 100.piu 1.cosa fa 100.piu 2.cose piu $\frac{1}{100}$.censi, Ouero se 100.douenta 100.piu 1.cosa,il 100. piu 1. cosa,douẽtarà 100. p̃, 2.c.piu $\frac{1}{100}$.z. Et tãto tornarà 100 in fine di 2.anni;Ma torna 144.però essa quantità è eguale à 144. cioe 2. cose piu $\frac{1}{100}$. cẽsi(che è il guadagno solo) sarà eguale à 44. (che è il guadagno solo) & moltiplicata ciascuna quantità per 100. per ridurre l'equatione ad 1.censo;ò vogliamo dire partita ciascuna quantità per $\frac{1}{100}$.numero de' censi,per ridurre l'equatione ad 1.censo,haueremo 200.cose piu 1.censo eguale à 4400.che la cosa vale 20.& però il guadagno fu à 20. per 100. l'anno a capo d'anno.

100.douenta 100.piu 1.cosa
cioe 1.douenta 1.piu $\frac{1}{100}$. cose che douentarà 100. piu 1.cosa
egli douentarà 100.piu 2.cose piu $\frac{1}{100}$.censi, Et è eguale à 144.
però 2.cose piu $\frac{1}{100}$.censi eguale à 44.
Cioe 200.cose piu 1.censo eguale à 4400.

100
100

10000
gionto 4400

fa 14400. la radice è 120.
cauato 100. mità del numero delle cose
resta 20. che è il valore della cosa

Hora considerando che quando l'equatione è ridutta ad 1.censo, il 200.num. delle cose è sempre il doppio di 100.capitale,& però il 100.mità d'esso 200.e il 100. capitale che si quadra.& al suo quadrato 10000.si giunge 4400.quale 4400.e il dutto di 44.guadagno delli 2.anni moltiplicato via il 100.capitale,& della somma 14400.si piglia la radice che e 120. & d'esso si caua il 100 (mità del numero delle cose) che habbiamo detto essere il capitale, & il restante 20.e il numero del guadagno per 100.l'anno cercato (& però il 120. radice del 14400.viene ad essere quello che fra capitale, & guadagno si haueria nel fine del primo anno) Vediamo che volendo formare la Regola numerale in questi casi si potria dire.

Sapendo quanto torna 100.in fine di 2.anni per trouare quãto tornaria in fine d'vn'anno essendo il merito a capo d'anno; Moltiplichisi esso 100. con il simplice guadagno fatto nelli dui anni, & il prodotto si gionga al quadrato del 100.capitale,& della somma si pigli la radice quadra che ella sarà quello che torna il 100.in fine del primo anno,onde d'esso cauãto il 100. restarà il guadagno di detto 100.per il primo anno,& però sarà quãto si guadagna per 100.l'anno a capo d'anno.

Et se consideraremo che il 14400. di che si piglia la radice, si compone dal quadrato di 100. cioe da 100.via 100.& dal dutto di 44.che rimane dal 144.(che torna il 100.in fine delli dui anni)cauatone esso 100.capitale, moltiplicato via il medesmo 100.vedremo, che tanto è moltiplicare questo totale 144.via il 100.capitale,quanto moltiplicare le due parti d'esso,cioe 100.& 44. via il 100.& poi giongere insieme i dui prodotti, Onde si potrà dire.

Moltiplichisi esso 100.con il numero che egli douenta nel fine delli 2.anni (cioe hora per 144. che fa 14400.)& del prodotto si pigli la radice(quale hora sarà 120.) ch'ella sarà quello che torna esso 100.nel fine del primo anno.

Et se disopra nel nostro caso principale non hauessimo mosso il 225. riducendolo a 100.& perciò

ciò ne meno il 324. riducendolo a 144. ma lassatili cosi hauessimo posto che il guadagno fusse 1. per 100. l'anno, dicendo poi, Se 100. guadagna 1. cosa, che guadagnarà 225. & guadagnaria 2 $\frac{1}{4}$. cosa, che con il 225. fa 225 piu 2 $\frac{1}{4}$. che saria il ritorno delli 225. in fine del primo anno. Poi per il secondo si dicesse, Se 100. guadagna 1. cosa, che guadagnarà 225. piu 2 $\frac{1}{4}$. cose? Che quanto al 225. già sappiamo che guadagna 2 $\frac{1}{4}$ cose; però attendendo solo al 2 $\frac{1}{4}$. cose di piu, Se 100. guadagna 1. cosa il 2 $\frac{1}{4}$. cosa guadagna à $\frac{9}{400}$. censi; però con le 2 $\frac{1}{4}$. cose fa 2 $\frac{1}{4}$. cose piu $\frac{9}{400}$. censi, che è il guadagno del totale 225. piu 2 $\frac{1}{4}$. cose, onde giontili insieme fanno 225 piu 4 $\frac{1}{2}$. cose piu $\frac{9}{400}$. censi; Et questo saria il ritorno del 225. nel fine del secondo anno; ma egli ritorna 334. però essa quantità è eguale à 324. onde il solo guadagno 4 $\frac{1}{2}$. cose piu $\frac{9}{400}$ censi sarà eguale al solo guadagno 99. & partito per 9. numeratore del $\frac{9}{400}$. numero de censi, ciascuna quantità haueremo $\frac{1}{2}$. cosa piu $\frac{1}{400}$. censi eguale à 11. Et hora moltiplicato per 400. denominatore dell' $\frac{1}{400}$. censo haueremo 200. cose piu 1. censo eguale à 4400. Come si hebbe disopra adoprando solo il 100. Capitale, & 144. suo ritorno in fine di dui anni; però la cosa valerà medesimamente 20. che è il guadagno per 100. di ciascun'anno.

Ma se pure senza mouere il 225. Capitale, & 324. suo ritorno fra dui anni, hauessimo posto che il guadagno d'vn'anno del 225. fusse 1. cosa cioe che il 225. in fine del primo anno tornasse 225. piu 1 cosa, & però se 225. torna 225. p. 1. cosa, che questo 225. piu 1. cosa tornasse 225. piu 2. cose piu $\frac{1}{225}$. censi, onde in fine di dui anni il 225. tornasse 225. piu 2. cose piu $\frac{1}{225}$. censi, & però che questa quantità fusse eguale a 324. & però 2. cose piu $\frac{1}{225}$. censi eguale à 99. Et però 450. cose piu 1. censo eguale à 2025. che perciò la cosa valeria 45. & questo saria il guadagno di 225. in vn'anno, onde 225. in fine d'vn'anno tornaria 270. Che quanto poi al 100. Se 225. guadagna 45. o torna 270. il 100. guadagnaria 20. ò tornaria 120. Noi deriuando da questo operare la Regola in vniuersale potressimo dire.

225 | 225. piu 1. cosa (225. piu 1. cosa
225. piu 1. cosa

50625 piu 450. cose piu 1. censo

324. eguale à 225. piu 2. cose piu $\frac{1}{225}$. censi
99. eguale à 2. cose piu $\frac{1}{225}$. censi
22275 A 450. cose piu 1. censo

225
225

50625
22275

72900

270
si caua. 225

45. vale la cosa

Data vna quantità, & quello che ella torna in fine di 2. anni, Per sapere quanto ella tornarà in fine d'vn'anno (che cosi sapendo il guadagno poi d'essa in vn'anno sapremo anco il guadagno di 100. in vn'anno) Moltiplichisi essa quantità (che saria il 225.) via quello che ella torna nel fine di dui anni (che saria il 324.) & del prodotto (che saria il 72900. perche egli si compone da 50625. dutto di 225. via 225. & da 22275. dutto dell'istesso 225. via 99. che resta a cauare esso 225. dal 324. & però il totale 72900. viene ad essere il dutto del 225. capitale nel totale 324 che egli torna nel fine delli dui anni) si pigli la radice (che saria 270.) & essa sarà quello che torna la quantità data nel fine d'vn'anno.

Dalle cose dette può conoscere lo Studente, che quando egli non si accorgesse, Che trafficando 100. & in fine di 2. anni hauendo 144. per sapere quanto sia il guadagno per 100. l'anno à capo d'anno, cioe quanto si verria ad hauere fra guadagno, & capitale in fine del primo anno, che cauatone poi il capitale restaria il solo guadagno del 100. per esso anno; quando non si accorgesse dico che questo è quanto il dire; Di tre quantità continue proportionali la prima e 100. & la terza e 144. si domanda la seconda; Ouero quando anco accortosene (che tal conuenienza hà il 100. a quello che egli torna il primo anno, quale hà questo tornato a quel 144. che egli riesce il secondo anno) non sapesse poi trouare detta seconda delle tre quantità continue proportionali (qual seconda è quello che torna il 100. in fine del primo anno) non hauendo egli pratica nella Dottrina Geometrica, o delle proportioni; pur vede che mediante l'Algebra potrà trouare quello che si cerca; & di piu dedurne la simplice Regola numerale, & anco la lineale occorrendo, Che quanto alla regola lineale in questi casi, Douendo poniamo trouare quanto tornarà 225. in fine d'vn anno, tornando egli 324. in fine di dui anni; Perche tal conuenienza hà il 225. a B, noto, al B C, ignoto, tornata del primo anno, che si cerca, quale hà esso B C, ignoto à B D, 324. noi vediamo che questo trouare B C, significa fra a B, prima, & B D, terza, trouare la B C, seconda; media proportionale

tionale

tionale fra esse prima,& terza; & che per farlo l'Algebra ci insegna che si moltiplichino a B, prima,& B D, terza insime,& del prodotto si pigli la radice quadra, che ella sarà la B C, media cercata; Et il moltiplicare due linee fra loro conosciuta la vnità già sappiamo, come si fa; ma noi facilmente potremo pigliare per vnità, o la a B, 225. o la B D. 324. che cosi, se la a B, 225. douenta, o si piglia per vnità, la B D, douentarà $\frac{324}{225}$. Onde se la vnità (A B,) prima da B D, $\frac{324}{225}$. seconda la A B, 1. terza, darà l'istesso $\frac{324}{225}$ cioe la istessa B D, per la prima quantità, che sarà il prodotto di B D, in A B Ouero se pigliaremo B D, 324. per vnità, all'hora 324. douẽtando 1. la a B, 225. douentarà $\frac{225}{324}$. Et però moltiplicando a B $\frac{225}{324}$. via B D, 1. diremo Se 1. (B D,) da a B, $\frac{225}{324}$. che darà B D, 1. Et darà l'istesso a B, $\frac{225}{324}$. Onde si vede che presa per vnità qual si voglia delle 2. rette, il prodotto loro sarà sempre l'altra medesima,& però restarà d'esso prodotto il pigliarne la radice quadra, il che sappiamo che si fa, o mediante vn mezo cerchio formato sopra diametro che sia composto da ambedue le a B, B D,& saria la à loro perpendicolare B C, Ouero mediante vn mezo cerchio fatto sopra diametro eguale alla maggiore B D, & sarà la B C, come in margine si vede.

Et così in somma lo Studente conosce che non solo l'Algebra non deriua dalla Geometria, ne occorre dimostrarla mediante essa; ma che ella è Dottrina de numeri,& stà da se,& deriua dalla cognitione naturale de' numeri,& con essa sola cognitione naturale si dimostra, come si vede nella nostra Algebra. Et che anzi da essa Algebra impariamo il modo d'essequire molti problemi Geometrici, quali senza l'Algebra, & regole quali habbiamo mostrato deriuare da essa,& in numeri,& in linee anco a gl'esquisiti intelletti Geometrici sariano difficilissimi.

Fig 40. $\frac{324}{225}$.
BC, 1 $\frac{1}{5}$. cioe volte 1 $\frac{1}{5}$ quanto a B, onde se a B, douenta 225. questa B C, douentarà 225.& 45. cioe 270. come conuiene.

$\frac{324}{225}$.
B C, volte $\frac{5}{6}$. quanto B D, vnità, onde douentãdo BD, 324. questa B C douentarà 5. volte 54. cioe 270 come cõuiene

$\frac{1}{}$
B D, $\frac{324}{225}$. B a, 1. B C, volte 1 $\frac{1}{5}$. la B a, onde essendo B a, 225. B C, sarà 270.

$\frac{1}{}$
B a, $\frac{225}{324}$. B D, 1. B C, volte $\frac{5}{6}$. la B D, onde essendo B D, 324. B C, sarà 270.

Et quest'Algebra, o Dottrina de numeri marauigliosa si può applicare, & giouare à tutte le professioni, o arti, & dottrine, se bene à chi non hà cognitione d'essa,& sua applicatione paresse quasi infruttuosa; Onde se ci sarà domandato A che serue l'Algebra? potremo rispondere liberamente ella serue a tutte l'Arti,& Dottrine, Et secondo le occasioni se ne può dare esempio.

VNo hauendo 125. si troua in fine di 3. anni hauere accumulato 216. si domanda à quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauere accumulato.

Noi riducendo questo capitale di 125. a 100. per comodità, vedremo che Se 125. douentasse 100. il 216. cumulo douentaria 172 $\frac{4}{5}$. però hora potremo ponere che il 100. guadagni 1. cosa l'anno à capo d'anno, cioe che 100. douenti 100. piu 1. cosa.

100. il primo anno douenta 100. piu 1. cosa. Et il secondo anno douenta 100. piu 2. ℞. piu $\frac{1}{100}$ censi; Et per il terzo anno diremo 1. | douenta 1. piu $\frac{1}{100}$. cose, Che douentarà 100. piu 2. cose piu $\frac{1}{100}$. censi?

1. cosa piu $\frac{2}{100}$. censi piu $\frac{1}{10000}$. cubi

douentarà 100. p̄, 3 ℞. p̄, $\frac{3}{100}$. ℨ p̄, $\frac{1}{10000}$. cubi, il terzo anno; però questo e eguale à 172 $\frac{4}{5}$.

Cioe 1. ℨ. piu 300. censi piu 30000. cose eguale à 728000.

In questa Equatione si piglia l'$\frac{1}{3}$. del numero delli censi, che e 100.& con esso 100 si moltiplica il totale loro nume. 300. & fa 30000. dal quale si caua il numero delle cose, che e 30000. & resta niente; Ancora si cuba il 100. terza parte del numero delli censi, & fa 1000000. quale si giunge al numero della equatione che e 728000. & fa 1728000. del che si piglia la radice cuba che e 120. & di questo si caui 100. terza parte del numero delli censi, & resta 20. qual 20. e il valore della ℞. però e quello che si guadagna per 100. l'anno.

Valendo 10. la cosa	
l'1. cubo e	8000.
li 300. censi	30000.
le 3000. cose	600000.
In tutto.	728000.

che e eguale al numero dell'altra parte come conuiene.

In questa equatione quando ella e ridutta ad 1. cubo, si vede che il 30000. numero delle cose e sempre quello che nasce a moltiplicare per 3. il quadrato di 100. capitale; & il 300. numero de censi e sempre il triplo; cioe quello che nasce a moltiplicare per 3. il 100 capitale; Onde moltiplicando poi esso 300. per 100. il prodotto e sempre 30000. numero delle cose; cioe il triplo del quadrato di 100. che tanto resulta a moltiplicare 3. via 100. & il prodotto via 100. quanto 100. via 100.

via 100. & il prodotto via 3. Et però questa operatione in questi Casi, che si fa nell'equatione Algebratica, viene nella operatione numerale ad annullarsi, Resta solo l'altra che e di cubare il 100. terza parte di 300. numero de' censi, qual 100. sappiamo essere sempre il capitale dato, & al prodotto, o cubato 1000000. giungere il numero della equatione 728000. qual numero vediamo essere quello che nasce a moltiplicare 72 $\frac{4}{5}$. guadagno simplice via 10000. quadrato di 100. capitale; Ma à moltiplicare 72 $\frac{4}{5}$. via 10000. & anco à cubare 100. cioe moltiplicare 100. via 10000 quadr. di 100. e quanto moltiplicare il composto di 100. & di 72 $\frac{4}{5}$. cioe il totale 172 $\frac{4}{5}$. ritorno del 100. capitale in fine di 2. anni, via 10000 quadrato di 100. capitale, onde si può dire, Resta solo à moltiplicare il 172 $\frac{4}{5}$. ritorno del terzo anno, per 10000 quadrato del capitale; Et poi di questo si piglia la radice cuba che e 120. & se ne caua il 100. che il capitale, & il restante 20. e il guadagno in vn'anno d'esso capitale, onde il totale 120. saria il ritorno del capitale 100. in fine del primo anno. Et cosi hauendone estratta la simplice Regola numerale potremo dire.

Dato il capitale, & il ritorno d'esso in fine di 3. anni; per sapere quanto saria il guadagno d'esso l'anno à capo d'anno; cioe quanto ritornaria nel fine del primo anno (che quel piu che ritornasse, o quello che scemasse quando il ritorno in fine di 3. anni fusse minore del capitale, saria il guadagno, o perdita d'esso capitale in vn'anno, dal quale poi si può far conto quanto saria il guadagno, o perdita del 100. Se il capitale dato fusse piu, o manco di 100) Moltiplichisi il ritorno detto del fine di tre anni, per il quadrato del capitale, & del prodotto si pigli la radice cuba, che ella sarà il ritorno del capitale dato nel fine del primo anno.

Et perche, Il capitale dato, Il ritorno d'esso il primo anno, Il ritorno del secondo anno, Et il ritorno del terzo anno, si vede (mediante l'andarli trouando con la Regola del Tre) che sono 4. quātità continue proportionali, delle quali si dà nota la prima, che e il capitale, Et la quarta, o vltima che e il suo vltimo ritorno, & però cercando noi il ritorno del primo anno veniamo à cercare la seconda d'esse 4. quantità, Si conosce che per trouarla, Cioe che di 4. quantità continue proportionali data la prima 125 Et la quarta 216 per trouare la seconda, Si Moltiplichi il quadrato di 125. prima via 216. quarta, & del prodotto si pigli la radice cuba che ella (150.) sarà la seconda. Et volendo trouare la terza ella si hauerà con la prima, & seconda mediante la Regola del Tre, Che se 125. prima dà 150. seconda, essa 150. seconda (che mentre si opera con la Regola del Tre si piglia in essa Regola anco per terza) darà 180. che sarà la terza quantità cercata, essendo la quarta il 216. Ouero per trouare questa terza 180. noi adoprando la secōda, & quarta, che la tēgono in mezo, & però essa terza e media proportionale fra la secōda, & quarta; trouaremo essa media, come s'e mostrato; cioe moltiplicando le due estreme 150. & 216. fra loro, & del prodotto 32400. pigliaremo la radice quadra che e 180. & questo sarà la media fra la seconda, & quarta; cioe sarà la terza cercata, Ouero per trouare essa terza, senza aiuto della seconda. Noi fingendoci la quarta 216. essere prima, Et la prima 125. essere quarta trouaremo la seconda; cioe la vicina al 216. (che verrà poi ad essere la terza,) Et si farà Moltiplicando la quarta 125. via il quadrato di 216. prima, & del prodotto 5832000. pigliando la radice cuba, che e 180. Et questa sarà la cercata.

PVò anco notare lo Studente che si potriano dare alcuni quesiti, quali se bene paresse che non hauessero sentimento sariano nondimeno solubili considerandoli con giuditio, quale sempre si deue accompagnare all'Arte, o Dottrina; Et per esempio sia che si dica. Diuidasi Vn boccale in due parti tali che il prodotto loro sia Vna mezzetta.

Poneremo l'vna parte essere 1. cosa, Et l'altra 1. boccale meno 1. cosa: Ouero che l'vna parte sia $\frac{1}{2}$. boccale piu 1. cosa; & l'altra $\frac{1}{2}$. boccale meno 1. cosa; Il prodotto e $\frac{1}{4}$. censo boccale meno 1. censo, & questo e eguale ad vna mezzetta; però accomodato il meno 1. censo, si hauerà $\frac{1}{4}$. censo boccale, eguale ad 1. censo piu 1. mezzetta, & leuato 1. mezzetta da ciascuna banda; accio l'1. censo resti da se, haueremo $\frac{1}{4}$. censo boccale meno 1. mezzetta eguale ad 1. censo; però 1. cosa (radice quadra d'1. censo) valerà radice L, $\frac{1}{4}$. censo boccale meno 1. mezzetta L, Et questo giūto, & cauato ad $\frac{1}{2}$. boccale mostrarà ne i resultanti le parti cercate, però elle saranno $\frac{1}{2}$. boccale piu radice L, $\frac{1}{4}$. quadrato boccale meno 1. mezzetta L. Et $\frac{1}{2}$. boccale meno radice L. $\frac{1}{4}$. quadrato boccale meno 1. mezzetta L, Che il prodotto loro è $\frac{1}{4}$. quadra. boccale meno ($\frac{1}{4}$ quadrato boccale meno 1. mezzetta) Cioe 1. mezzetta come si vuole, Auertēdo che quādo 1. mezzetta nō si potesse cauare, come bisogna da $\frac{1}{4}$. quadra. boccale; cioe che il valore della mezzetta fusse maggiore dell' $\frac{1}{4}$. del quadrato del valore del boccale, o vogliamo dire del quadrato della mità del valore del boccale all'hora il quesito è impossibile, Et per esempio essendo il valore del boccale quattrini 20. & della mezzetta quattrini 36. all'hora $\frac{1}{2}$. boccale piu rad. L, $\frac{1}{4}$. censo boccale meno 1. mezzetta L, saria 10. piu radice L, 100. meno 36. L, cioe 10. piu radice L, 64. L, cioe 10. piu radice 64. cioe 10

piu 8.cioe 18.per la parte maggiore, Et la minore faria 2.che moltiplicate insieme fanno bene 36.valore della mezzetta.

Ma valendo il boccale 10.& la mezzetta 30. perche $\frac{1}{4}$. quadrato boccale è 25. dal che non si può cauare 30.valore della mezzetta il quesito è insolubile, Che se valendo il boccale 10. la mezzetta valesse 25, Perche à cauare questo 25.mezzetta da 25.che è l'$\frac{1}{4}$.del quadrato del boccale resta o, la radice di che è niente, che gionta, & cauata à 5. mità del valore del boccale, ne resultano 5,& 5. queste sariano le parti del 10.boccale, che produrriano 25.valore della mezzetta.

ET dicendosi Diuidasi 8.boccali in due parti tali che il prodotto loro sia poniamo 3. mezzette, (o che à partire la maggiore per la minore ne vengano 3. mezzette) pure con l'Algebra nel modo detto faremo la solutione.

O' diuidasi Vn Vitello in due parti tali che à partire l'vna per l'altra, & ancora l'altra per l'vna la differenza de gl'auenimenti sia vn'Agnello.

Ma dicendosi Diuidasi Vn Vitello in due parti tali che la differenza loro sia Vn'Oca, noi senz'altra positione potiamo dire che l'vna parte sia $\frac{1}{2}$.Vitello piu $\frac{1}{2}$.Oca, Et l'altra $\frac{1}{2}$.Vitello meno $\frac{1}{2}$.Oca, Ouero anco si può dire ciascuna d'esse parti essere $\frac{1}{2}$.Vitello, & piu l'vna, & meno l'altra due parti d'Oca tali, che gionte insieme faccino vn'Oca perche nel Sottrare meno da piu il numero del meno si giunge al numero del più, & il resultante è piu, Onde si potria dire, che la parte maggiore sia $\frac{1}{2}$.Vitello piu $\frac{7}{8}$.d'Oca, & la minore $\frac{1}{2}$.Vitello meno $\frac{1}{8}$. d'Oca, che cauata dalla maggiore resta $\frac{7}{8}$.d'Oca, & $\frac{1}{8}$.d'Oca; cioe 1. Oca intiera, O la parte maggiore $\frac{1}{2}$.Vitello piu $\frac{2}{5}$.d'Oca, & la minore $\frac{1}{2}$. Vitello meno $\frac{3}{5}$. d'Oca, ò simili; Auertendo però che il meno $\frac{3}{5}$. Oca, o altro che si ponesse sia minore dell'$\frac{1}{2}$.Vitello, acciò che questa parte sia qualche cosa, Et che anco il piu $\frac{2}{5}$.d'Oca, o altro che si ponesse, sia minore dell'$\frac{1}{2}$.Vitello, che resta del Vitello intiero intesone cauato l'$\frac{1}{2}$.Vitello da dare alla parte maggiore, accioche $\frac{1}{2}$.Vitello piu $\frac{2}{5}$.Oca sia parte di vn Vitello; cioe non arriui all'intiero Vitello, poiche ogni tutto è di necessità maggiore di qual si vogli sua parte, circa che, & simili domande bastarà hauere auertito lo Studente, quale col giuditio potrà discernere le possibili dalle impossibili, &c. Et facendo le operationi in esse deriuarne le Regole numerali à suo piacere, & anco poi le lineali occorrenti.

Et dicendosi Diuidasi la linea retta a c, in due parti tali che il prodotto loro sia eguale al Rettilineo R, Questo significa Diuidere la retta a c, in due parti tali, che presa l'vna per lunghezza, & l'altra per larghezza di vn Quadrangolo rettangolo, egli sia grande quanto è il Rettilineo R, Et per farlo sarà bene prima da vna operatione simile in numeri, estraherne la Regola numerale, & di li la lineale; Perilche accomodando i numeri a beneplacito alla lunghezza della linea a c,& alla grandezza del Rettilineo R, fingeremo vn quesito, che dica. Diuidasi 16. in due parti tali che il prodotto loro sia 55. Che posto vna parte essere 1.cosa, & l'altra 16.meno 1.cosa, Ouero piu comodamente Vna parte essere la mità di 16.& 1.cosa di piu; cioe 8.piu 1.cosa, Et l'altra 8.meno 1.cosa il loro prodotto sarà 64.meno 1.censo, ilche deue essere 55.però egli è eguale à 55.Onde accomodato il meno, & leuato 55.da ciascuna banda si hauerà 1.censo, eguale à 9.& perciò 1.cosa eguale à 3.cioe la cosa valerà 3. però le parti poste 8.piu 1.cosa, & 8. meno 1.cosa saranno 8.piu 3. Et 8. meno 3.cioe 11. & 5. In quest'operare vediamo che 64.è sempre il quadrato di 8.mità del 16.da diuidere, & che da esso si caua il 55.che deue essere prodotto delle parti, (& perciò esso prodotto non deue mai eccedere il quadrato della mità della quantità da diuidere, accioche il quesito sia possibile; cioe accioche la diuisione possa farsi,) & la radice quadra del 9.restante si giunge, & caua alla mità della quantità da diuidere che i dui resultanti saranno le parti cercate, o da farsi; Però in linea douendo dal quadrato della mità della retta a c, cauare il Rettilineo R, & del restante pigliare la radice, questo si farà trouando la potente nel Rettilineo R, cioe formando vn quadrato eguale ad esso Rettilineo, & sia Q. il lato del quale sia r n, (& senza formare il quadrato Q basta trouare il suo lato r n, come si vede in margine, che diuiso il Rettilineo R, di 5.lati, in tre Triangoli, sia il primo 1.2,3.che presa per base la retta 2.3. l'altezza del Triangolo moltiplicata via la mità d'essa base produrrà la grandezza; cioe fra l'altezza, & mità della base presa la media proportionale P, ella sarà il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo; & si è fatto allungando la base fuori del Triangolo quanto è la lunghezza della perpendicolare, o altezza del Triangolo, & sopra la retta composta

Fig.41.

posta da esso allungamento, & mità della base si è fatto il mezo cerchio, & dal termine 3. a loro comune erettali la perpendicolare P, che è la potente in esso Triangolo 123. Et preso il Triangolo 2.3.4. supposta la retta 3.4. esser base, & dell'angolo 2. tiratali la perpendicolare, fra essa, & la mità della base (il dutto delle quali perpendicolare, & mità della base è eguale alla grandezza del Triangolo) si è trouata la media proportionale, ilche se bene si può esequire nel modo tenuto in trouare la P, noi l'habbiamo fatto, formando sopra la perpendicolare, o altezza del Triangolo vn mezo cerchio, & dal suo diametro (o altezza del Triangolo, cominciando dal termine suo sù la base segata vna parte eguale alla mità della base, & da doue si peruiene tirata, o segnata vna perpendicolare ad esso diametro finche arriui alla circonferenza del mezo cerchio, & di lì al termine detto del diametro tirata la retta F, che ella è media proportionale fra l'altezza del Triangolo, & la mità della sua base, & perciò è il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo 2.3.4. Ancora preso l'vltimo Triangolo 3.4.5. & supposto la retta 4.5. esser base, fra essa, & la mità dell'altezza del Triangolo si è trouata la media proportionale I, hauendo sù la base formato vn semicircolo, & dall'estremo 5. sù la base segnata la mità dell'altezza, & da doue termina eretta la perpendicolare alla base fino alla circonferenza del semicircolo, & di lì, all'estremo 5. detto tirata la retta I, che è il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo.

Poi per trouare il lato r n, del quadrato eguale alla somma delli tre quadrati che habbino per lati P.F.L. presi dui d'essi lati, & siano P, & F, si sono accompagnati, o gionti insieme ad angolo retto, al quale si è tirata la subtensa, il quadrato della quale è eguale alla somma de' quadrati de' lati P, & F, & ad essa subtensa da vno de suoi estremi si è accompagnata ad'angolo retto il lato, o retta I, & tiratali la subtensa r n, che è il lato del quadrato eguale alli quadrati di I.F.P.) poi sopra la mità di a c, & sia a m, formare vn mezo cerchio, & in esso da vn'estremo del diametro, & sia a, accomodare il lato r n, del quadrato Q, & sia la r n, (o vogliamo dire a n,) & dal punto n, della circonferenza all'altro estremo m, del diametro tirare la retta n m, che per essere l'angolo m n a, fatto nel mezo cerchio retto, sapremo che à cauare il quadrato di r n, dal quadrato di a m, restarà il quadrato di m n, cioe che à cauare il rettilineo R, dal quadrato della mità della data a c, & del restante presa la radice, ella sarà la retta m n, quale giunta, & cauata alla mità di essa a c, i resultanti formaranno rettangolo eguale al rettilineo R, perilche da m c, segata m t, eguale alla m n, il restante c t, sarà la parte minore, & la t a, sarà la parte maggiore della retta a c, & il loro rettangolo t s, sarà eguale al rettilineo R, Onde in Pratica volendo fare vn Giardino, che frà la lunghezza, & larghezza fusse quanto la linea a c, ma grade quanto il Terreno R, la sua lunghezza saria la a t, & la larghezza la t c.

Finalmente terminaremo quest'opera con il seguente quesito fatto da vn'Eccel. Musico, & Philosofo, quale se beue à chi hà esperienza de' numeri è facile nõdimeno appereria difficultuoso ad altre, & è

Diuidasi 30. in cinque parti continue proportionali. Qui non ci astringendo à sorte, o à qualità alcuna particolare di proportione, potremo a beneplacito supponere che siano poniamo cõtinue proportionali nella proportione dupla, & perciò posta la prima, o minore 1. cosa, la seconda sarà 2. cose, la terza 4. cose, la quarta 8. cose, & la quinta 16. cose, che così la somma loro sarà 31. cose, ma noi vogliamo che ella sia 30. però si hauerà 31. cose eguale à 30. onde la cosa valerà $\frac{30}{31}$. (che nasce a partire 30. per 31. numero delle cose) perilche la prima parte del 30. sarà $\frac{30}{31}$. la seconda $\frac{60}{31}$. la terza $\frac{120}{31}$. la quarta $\frac{240}{31}$. & la quinta $\frac{480}{31}$. cioe elle saranno $\frac{30}{31}$. $1\frac{29}{31}$. $3\frac{27}{31}$. $7\frac{23}{31}$. $15\frac{15}{31}$.

Onde vediamo, che prese vn numero di quantità poniamo 10. quantita continue proportionali in che sorte di proportione si vogli, & trouata la loro somma A, se con esso A, partiremo vn numero dato, & con l'auenimento moltiplicaremo ciascuna delle 10. quantita poste, li 10. prodotti saranno altre 10. quantita continue proportionali nella istessa sorte di proportione, la somma delle quali sara il numero dato; Perilche per Regola vniuersale si potra dire.

Data la quantita Q, da diuidere in vn determinato numero D. di parti che siano continue proportionali in vna sorte di proportione P, proposta; Per farlo; Piglisi vn numero, o quantita N, a beneplacito, & ad essa come a prima, si accompagnino tãte altre quantita continue proportionali nella proportione P, che fra tutte siano in numero eguale al D, (cioe tante quanto è il numero delle parti che si vuol fare della quantita data Q.) & con la somma S, di queste si parta la quantita data Q, & con l'auenimento A, si moltiplichi la N. prima delle prese che il prodotto sarà la prima delle parti cercate, alla quale nella proportione proposta potremo continuare le altre. Ouero con l'auenimẽto A, si moltiplichi ciascuna delle parti, o quãtita dette che sono contenute nella sõma S, detta, che li prodotti verrãno ad essere le parti cercate della detta quãtita Q.

Ponerò

Ponerò hora vn'essempio intorno al misurare altezze, & distanze acciò anco iui si veda il mirabile valore dell'Algebra.

SIa che in Campagna vedendo la cima A, del Monticello posto di là dal Fiume F, si vogli sapere quanto egli s'alzi sopra al piano d'essa Campagna; cioe quanto sia alta la cima d'esso Monticello, quale altezza è compresa da vna retta che imaginata partirsi dalla cima del Monticello perpendicolarmente al piano venga ad arriuare ad esso piano, imaginato prolungarsi per il Fiume dentro al Monticello quanto bisogna; acciò possa riceuere essa perpendicolare, quale sia la A B, essendo il piano per la dirittura della retta P I, Et anco si vogli sapere quanto sia lontana dal punto P, del piano essa cima A, & anco quanto sia la retta imaginata P B, (Il che potrà seruire ad vn Bombardiere per accomodare i suoi tiri, o in occasione di condurre acque, & conoscere la decaduta loro, &c.) & sia che iui all'improuiso non si habbi strumento alcuno, anzi di piu sia, che quando haueßimo alcuno, o alcuni delli molti Instrumenti che si sogliono fabricare per questo, noi nondimeno non haueßimo pratica in essi, o non ci ricordaßimo poi le Regole da valerci delle Operationi che si facessero in essi. Se mò la Dottrina Algebratica ci manifestarà tutte queste cose, ella merita bene d'essere conosciuta per gioueuole, & tenuta in molta stima; Ma veniamo a quello che il giudicio accompagnato da essa Algebra (che conuien sempre vnirli) ci viene insegnando.

Conoscendosi che in questi casi occorre di formare de Triangoli rettangoli simili a quello, ò quelli che vengono formati dalla retta A B, imaginata altezza del Monte, & dalla retta del piano P I, allungato in B, sopra alla quale detta altezza A B, è perpendicolare; noi preso Vn Bastone, o Canouaccio, o Asta, o Canna, o altra cosa simile che si troui in Campagna, & se bene non è dritta non importa, accostandoci verso il Monticello quanto piu ci venga comodo la fermaremo in Terra con vn capo, & con l'altro, che arriui a tanta altezza quanto è la mità, o poco piu, o manco dell'altezza d'vn huomo, per potere comodamente ponere l'occhio, o veduta in essa cima, & sia il punto n, (essendo l'Asta, o Bastone n r,) guardaremo da essa la cima A, del Monticello, & fra mezo a questa linea visuale n A, che la possa segare, poneremo Vn'Asta, o Bastone, o altro simile lungo, se bene non dritto fitto in terra lontano dalla dirittura n p, della prima n r, (qual dirittura si può trouare con vn filo, & piombino, o sasso, o simil cosa diligentemente, che da n, arriui in Terra perpendicolarmente, & si nota con qualche sorte di misura a beneplacito la sua altezza, & sia poniamo misure 12.) quanto piu ci venga comodo, hor sia che essa lontananza sia tanta che il filo s q. quale sia attaccato ad esso Bastone (s u.) in s. doue passi la veduta n s A. & arriuando perpendicolarmente in Terra, sia poniamo 16. misure, che così imaginãdosi vna retta quale dall'occhio, equidistintamente al piano vada a segare l'altezza A B. in L & però sia alta sopra al punto B. 12. misure, come è il punto n. dall'occhio sino in Terra; ancora dall'e. doue questa linea equidistante al piano segaria il filo s q. fino ad esso piano in Terra sarà la medesima altezza di 12. misure (che la e q. conuiene essere eguale a ciascuna delle due rette n p. L B,) supponendo come s'è detto essere piano il sito, o lunghezza p q. per il che la e s. restarà, o sarà 4. misure, & misurata la distanza p q. con qual misura si vogli (che non importa se bene non si misuri con la misura istessa con la quale si misurano l'altezze, fili, o Aste dritte perpendicolari al piano) sia che si troui essere piedi 37. fatto questo, & notato, o abbozzato in carta questa operatione con le misure trouate, noi ci allontanaremo dal Monticello per la dirittura della retta q p. o vogliamo dire B q p. alquanto a beneplacito, & sia poniamo 10. piedi, & iui si torni a fare vn'altra operatione simile alla già fatta; cioe iui erettà vn'Asta, o filo perpendicolarmẽte al piano, & d'altezza comoda, o maggiore, o minore, o eguale all'altezza s q. 16. misure adoprata, che a noi stà a farlo, hor sia poniamo di 15. misure (delle istesse misure nondimeno che sono le 16. della s q.) & chiamiamo questo filo t x; ci discostaremo poi anco per il diritto pure di B q. p x. quanto ci piacerà, o tanto (& sia in g.) che eretto iui perpendicolarmente il filo d g. alto (se ci piacerà) 12. misure come prima (o piu, o meno che è in nostro arbitrio) & nella sommità d. posto l'occhio la linea visuale che passi per la cima del filo t x. arriui anco precise alla somità, o punto A. del Monticello, che così imaginato poi la retta d c. equidistante al piano che seghi l'altezza t x. in c. la parte c x. verrà ad essere anc'ella 12. misure come la d g. per il che la c t. sarà 3. misure. Et misurata la distanza g x. del piano (equidistante, & eguale alla d c.) con la istessa misura, o piede con il quale si sono misurate le q p. & p x. sia che ella si troui essere piedi $27\frac{3}{4}$. Il che fatto, verremo alla inuentione della distanza P B. & altezza B A. nel modo seguente.

Perche habbiamo nota la distanza q p. che è piedi 37. la p x. 10. la x g. $27\frac{3}{4}$. & potiamo misurare la g P. che resta fino in P. & sia $7\frac{1}{3}$. ci rimane a sapere la q B. che non si può misurare, che poi median-

mediante la p B. & altezza e s. Ouero mediante poi la g B. & altezza e t. si verria in cognitione dell'altezza L A, & conseguentemente della B A. Onde noi per trouare essa distanza q B, poneremo che ella sia piedi 1. cosa, o (trattando in astratto) che ella sia 1. ϟ, & perciò la e L, imaginata ad essa equidistante, & però eguale sarà medesimamente 1. cosa; perilche ella con e n, (eguale à q p,) 37. sarà 1. cosa piu 37. Et considerato il Triangolo rettangolo grande n L A, che sarà simile (cioe equiangolo) al Triangolo rettangolo piccolo n e s, (che hãno l'angolo n, acuto commune) & perciò haueranno i lati loro proportionali, mediante i dui lati noti che formano l'angolo retto nel piccolo, & il lato n L, del grande, vedremo quanto doueria essere l'altro lato L A, del grande, quale con lo n L, forma il suo angolo retto, & diremo; Se 37. distanza n e, dà misure 4. altezza e s, che darà 37. piu 1. cosa, distanza n L, & vedremo che darà misure 4. piu $\frac{4}{37}$. cose, per l'altezza L A. il che serbaremo da parte; Ancora cõsiderato il Triang. rettãg. grande d L A, che sarà simile al Triang. rettãg. piccolo d e t, (che hãno l'angolo d, acuto cõmune) & però hauerãno i lati pportionali; mediãte i 2. lati noti che formano l'ang. retto nel piccolo, & il lato d L, del grãde, vedremo quanto doueria essere l'altro lato L A, del grande, quale con il d L, forma il suo angolo retto, & diremo Se 27 $\frac{3}{4}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 27 $\frac{3}{4}$. 10. & 37 piu 1. cosa. Cioe 74 $\frac{3}{4}$. piu 1. cosa distanza d L, Et vedremo che darà misure 8 $\frac{8}{37}$. piu $\frac{4}{37}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa altezza L A, disopra, mediante l'altro Triangoletto rettangolo si trouata essere misure 4. piu $\frac{4}{37}$. cose; perilche haueremo 8 $\frac{8}{37}$. piu $\frac{4}{37}$. cose eguale a 4. piu $\frac{4}{37}$. cose. Onde hora essendo peruenuti all'equatione, agguagliando haueremo 4 $\frac{8}{37}$. piu $\frac{0}{37}$. cose eguale a niente, ilche è impossibile; perche quando anco la cosa non valesse niente, il numero 4 $\frac{8}{37}$. che è qualche quantità non può valere niente; perilche questa equatione Algebratica impossibile ci fa conoscere stando bene il calcolo, essere necessario che sia errore nelle misure adoprate a calcolare; Onde di nuouo misurando s e, & trouandolo pure 4. come anco e q 12. cioe eguale ad n p, & anco trouando q p, 37. & p x, 10. precise, come s'e detto, & di più essendo pure t e, precisemente 3. & e x, 12 come la à lei eguale d g, gia dette; conuerrà bene che l'errore stia nella restante x g, però misurandola anc'ella di nuouo sia che si dica ella essere 27 $\frac{3}{4}$. perilche hora diremo Se 27 $\frac{3}{4}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 74 $\frac{3}{4}$. piu 1. cosa distanza d L, & vedremo che darà misure 8 $\frac{3}{37}$. piu $\frac{4}{37}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa L A, mediante l'altro Triãgoletto rettangolo n e s, si è trouata essere misure 4. piu $\frac{4}{37}$. cose, perilche haueremo 8 $\frac{3}{37}$. piu $\frac{4}{37}$. cose eguale a 4. piu $\frac{4}{37}$. cose, Et hora essendo peruenuti alla equatione; Agguagliando si hauerà 4 $\frac{3}{37}$. eguale a niente, Il che è impossibile, poiche vn numero che realmẽte è quantità nõ può essere niente, o vogliamo dire eguale a niente; perilche siamo pure anco auertiti che è errore in alcuna cosa; Onde hauendo riueduti i calcoli, & le prime linee dette tutte, & trouandole essere come si sono poste, conuerrà pur concludere che in quest'vltima x g. sia errore, & perciò sarà necessario misurarla con basteuole diligenza, diuidendo il piede, o misura adoprata in molte particelle (come saria in 100. particelle, o in 60. &c.) accio minutamente si possa conoscere il rotto che va con il 27. intiero della x g, hor sia che fatta detta diligenza essa x g, si troui veramente essere 27 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. che è piu del 27 $\frac{3}{4}$. & del 27 $\frac{3}{4}$. già detti (come realmente piu d'esso 27 $\frac{3}{4}$. anzi piu del 27 $\frac{3}{4}$. si può anco con il giuditio conoscere che di necessità deue essere essa x g, considerando che essendo dalla distanza n L, all'altezza L A, come dalla distanza n e, all'altezza e s. Et similmente dalla distanza d L, all'altezza L A, come dalla distanza d e, all'altezza e t, Cosi come la distanza d L, piu lunga, e piu lunga rispetto all'altezza L A, che la distanza n L, piu corta rispetto all'istessa altezza L A, si vede che Se 37. n e, contiene 4. e s, volte 9 $\frac{1}{4}$. conuerrà poi che la d e, cõtenga la e t, piu delle medesme volte 9 $\frac{1}{4}$. & però conuerrà che essa d e, sia più di 3. via 9 $\frac{1}{4}$. cioe piu di 27 $\frac{3}{4}$. come ci fa accorgere la positione Algebratica.) Onde hora diremo Se 27 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 74 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. piu 1. cosa distanza d L, & vedremo che darà 8 $\frac{3}{557}$. p̃. $\frac{6}{557}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa altezza L A, mediante l'altro Triangoletto rettangolo n e s, si è trouata essere misure 4. piu $\frac{4}{37}$. cose, perilche haueremo 8 $\frac{3}{557}$. piu $\frac{6}{557}$. cose eguale a 4. p̃. $\frac{4}{37}$. cose, che agguagliãdo si ridurrà a $\frac{8}{20608}$. cose eguale a 4 $\frac{3}{557}$. Et la cosa valerà 10466 $\frac{3}{8}$. (Et notisi che se si fusse detto la g x, o vogliamo dire la d e, essere piedi 27 $\frac{5}{6}$. che è alquanto manco del 27 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. (eccedendo però il 27 $\frac{3}{4}$. impossibile) all'hora operando con esso 27 $\frac{5}{6}$. si trouaria il valore della cosa essere 12561 $\frac{1}{2}$. numero molto maggiore del 10466 $\frac{3}{8}$. valore della cosa trouato con il vero numero 27 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. della detta x g, ò e d, perilche vediamo che cosi poco di manco quanto è da $\frac{5}{6}$. a $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. cioe solo $\frac{1}{60}$. fa crescere il valore della cosa in 2095 $\frac{1}{8}$. cioe l'$\frac{1}{5}$. & piu, piu del vero, ilche si auuertisce, accio lo Studente conosca che in queste operationi la somma importanza consiste in essere diligentissimo, perche ancora ogni piccolo erroretto nelle misure importaria grandemente; che per farlo tanto più noto alli principianti hò disopra supposto la x g, ouero e d, essere vna volta 27 $\frac{3}{4}$. & l'altra 27 $\frac{3}{4}$. misure impossibili che gli conuenghino se bene sono

sono di poco minori della vera $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. Onde si viene anco ad auuertire che dicendosi essa e d, essere poniamo $27\frac{5}{10}$. minore del vero $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. o poniamo $27\frac{1}{1}\frac{8}{10}$. maggiore del douere, o altra quantità che superi il $27\frac{3}{4}$. questo errore non può essere mostrato dell'Algebra, poiche sono misure, o quantità possibili, & ella poi suppone che le possibili siano vere; cioè misurate precisemente; Et hauendo anco auuertito disopra che quanto piu la g x, ò e d, distanza piu lontana si dicesse essere minore del douere; cioè minore del $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. (eccedendo però il $27\frac{3}{4}$, che conuiene eccedere di necessità) tanto piu grande poi si mostraria essere il valore della cosa (che se essa e d, si dicesse essere maggiore del vero $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. poniamo dicendosi essere $27\frac{1}{1}\frac{8}{10}$. all'hora conuersamente tanto piu piccolo poi si mostraria essere il valore della cosa; che con il $27\frac{1}{1}\frac{9}{10}$. la cosa valeria solo $6974\frac{1}{2}$.) Sappiasi per fuggire, o schiuare gl'errori che possono occorrere nelle misure, che quanto più saranno lunghe, o faremo lunghe le linee che si misurano cosi quelle del piano, come le perpendicolari ad esso piano, o linea del piano; cioè le t x, & s q, o vogliamo dire t e, & s e, quali, & la p x, ò e n, stà a noi il farle lunghe quanto vogliamo, che poi dalle t x, & s q, deriuano le x g & q p, o vogliamo dire, che poi dalle t e, & s e, deriuano le e d, & e n, da misurarsi con diligenza, Ouero stà a noi a far lunghe quanto vogliamo le g x, & p q, che da esse deriuariano le t x & s q, o vogliamo dire stà a noi a far lunghe quanto vogliamo le d e, & n e, nel piano aereo, che da esse deriuariano le t e, & s e, ad esso piano perpendicolari da misurare con diligenza, ma perche quando le distanze g A, ouero g B, sono molte lunghe rispetto all'altezza A B, (come ordinariamẽte auuiene) le dette t x, & s q, saranno molto corte rispetto alle g x, & p q, o vogliamo dire le dette t e, & s e, saranno molto corte rispetto alle d e, & n e, & piu facil cosa è il poter misurare diligentemente vna distanza, o linea piana lunga, che vna corta a lei eretta perpendicolarmente, sarà bene in queste operationi ponere le e t, & e s, di lunghezza nota in numeri intieri, facendole eguali, o ineguali come ci piacerà, o verrà commodo (che questo non importa) & poi misurare comodamente con diligenza le deriuanti da esse che sono e d, & e n, Et notisi (come disopra si disse) che se bene la misura con la quale si misurano le e t, & e s, non sarà l'istessa che quella con la quale si misura d e, e n, & n e, questo non importa, purche le tre d e, e n, & n e, siano misurate con vna istessa misura, o sia piedi, o braccio, o altro; Et le e t, e s, con vn'altra istessa anc'ella, o siano palmi, o altra sorte di misure piccole, o come si vogli, (quali poi nondimeno si potranno ridurre alla qualità della misura delle d e, e n, n e, O cosi queste come quelle ridurre poi ad'altra sorte di misura data mediante le conuenienze loro,) & sempre la distanza q B, o vogliamo dire e L, si farà nota con numero delle misure delle d e, e n, n e, Et l'altezza L A, si farà nota con numero delle misure di e t, e s,) perilche la distanza q B, posta 1. cosa sarà $10466\frac{3}{8}$. & perciò la à lei eguale e L, sarà medesimamente $10466\frac{3}{8}$. & sono piedi come il 37. il 10. & il $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. delle q p, p x, x g, hora mediante la distanza n L, nota (che è piedi 37. & $10466\frac{3}{8}$. cioe piedi $10503\frac{3}{8}$.) si verrà in cognitione dell'altezza L A, Ouero mediante la distanza d L, che è piedi $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. 10. 37. & $10466\frac{3}{8}$. cioe piedi $10541\frac{1}{4}\frac{9}{10}$. seruendoci del Triangoletto rettangolo n e s, ouero del d e t, che con qual si vogli di questi dui calcoli si troua detta altezza L A, essere misure $1135\frac{1}{2}$. & sono della qualità delle misure di e t, & e s. Et perche l'altezza A B, è maggiore della A L, tanto quanto importa la B L, eguale a la d g, (o qual si vogli dell'altre a lei eguali) ad essa L A, misure $1135\frac{1}{2}$. giongeremo il numero delle misure di B L, cioe di d g, misurata con la istessa sorte di misure che è la e t, & e s, ò ridutta ad essa sorte di misure, & sia misure 12. (come da principio si pose) & la somma sarà misure $1147\frac{1}{2}$. per l'altezza A B, quale se vorremo ridurre a piedi della qualità; cioe delle d e, o vogliamo dire g x. &c. si vedrà diligentemente che conuenienza è da essa misura al piede, o vogliamo dire quante d'esse misure è il piede, & trouatole poniamo essere precise 8. misure, partendo il $1147\frac{1}{2}$. per questo 8. che ne viene $143\frac{1}{1}\frac{7}{16}$. sapremo che essa altezza A B, sarà piedi $143\frac{7}{1}\frac{}{16}$. Quanto poi alla distãza P B, già sappiamo la g B, essere piedi $27\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. 10. 37. & $10466\frac{3}{8}$. cioe piedi $10541\frac{1}{4}\frac{9}{10}$. & la g P, piedi $7\frac{2}{3}$. (misurata manualmente, come si pose disopra) però tutta essa distanza P B, sarà piedi $10548\frac{5}{8}$. quali piedi se fussero posti à caso (non hauendo all'hora iui la vera misura del piede) si possono poi ridurre à veri piedi di misura, ò à passi, ò pertiche, ò à braccia, à canne, ò à quale altra sorte di misura si vogli con comodità trouando diligentemente prima la conuenienza loro, come si è detto.

Ma notisi che il numero dell'altezza A B. si può anco trouare in altro modo cosi. Sapendo noi dalla operatione Algebratica che quando q B, ouero e L, sia 1. cosa, & e n. 37. & e s. 4. all'hora la altezza L A. è 4. piu $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. cose, Et hauẽdo trouato che la cosa vale, o vogliamo dire è $10466\frac{3}{8}$. vedremo quanto importi questo 4. piu $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. cose; cioe vedremo quanto importi $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. cose pigliando li $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. di $10466\frac{3}{8}$. valore della cosa, o vogliamo dire moltiplicando $10466\frac{3}{8}$. per $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. che fa $1131\frac{1}{2}$. & à questo giongeremo il 4. che habbiamo oltre il $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. cose, & fa $1135\frac{1}{2}$. Et questo è il valore di 4. piu $\frac{4}{3}\frac{}{7}$. cose, & perciò è anco il numero dell'altezza A L. Ouero mediante l'altra

posi-

positura del Triangoletto d e t. hauendo trouato la medesima altezza A L. douere essere 8 $\frac{3\ \ 5}{5\ 5\ 7}$. piu $\frac{6\ \ 0}{5\ 5\ 7}$. cose, & perciò questa quantità essere eguale alla già detta 4. piu $\frac{4}{2\ 7}$. cose (come è veramente) noi vedendo quanto importi questa quantità 8 $\frac{3\ \ 5}{5\ 5\ 7}$. piu $\frac{6\ \ 0}{5\ 5\ 7}$. cose, che già sappiamo la cosa essere; o importare 10466 $\frac{3}{8}$. pure sapremo il numero dell'altezza A L. Onde moltiplicādo 10466 $\frac{3}{8}$. via $\frac{6\ \ 0}{5\ 5\ 7}$. che fa 1127. 243 $\frac{1}{2}$. esimo di 557. (& questo prodotto è quanto importa il $\frac{6\ \ 0}{5\ 5\ 7}$. cose) à questo giongeremo l'8 $\frac{3\ \ 5}{5\ 5\ 7}$. che farà 1135 $\frac{1}{2}$. quale sarà il valore dell'8 $\frac{3\ \ 5}{5\ 5\ 7}$. piu $\frac{6\ \ 0}{5\ 5\ 7}$. cose, & perciò sarà il numero dell'altezza A L. al quale giunto il numero dell'istessa qualità, o misura dell'altezza L B. che si disse essere 12. haueremo in tutto 1147 $\frac{1}{2}$. per il numero delle misure della totale altezza A B.

Et notisi che quando l'altezza perpendicolare, o filo d g. non si fusse posto eguale all'altezza, o filo n p, (à lei presa per equidistante, se bene realmente allungandole, elle concorreriano insieme nel centro del Mondo, & per il contrario verso il Cielo intese allungate elle di continuo fariano fra loro maggiormente distanti, onde peruenendo poniamo al concauo del firmamento, o Cielo stellato la corda dell'arco da loro intrapreso saria di molta gran lunghezza) anzi l'vn filo piu lūgo, o vogliamo dire piu alto dell'altro; cioe che la linea piana visuale d e. non fusse al medesimo piano d'altezza che la linea visuale n e. ma che l'vna poniamo la d e, più bassa allungata fino alla A B. la segasse nel punto imaginato L. & l'altra n e. all'ungata similmente fino alla A B. la segasse nel punto M. più alto dell'L tanto quanto vene ad essere la n i. nella quale la linea piana visuale n e M. è più alta della piana visuale d e L. all'hora noi pure stanti queste positure, & misurate le rette piane d e. e i. n e. con vna istessa misura, & le à loro perpendicolari t e. n i s e. con vna istessa misura noi pure dico con l'Algebra, ponendo la distanza p B. essere 1. cosa; mediante il Triangoletto rettangolo n e s. al quale è simile il Triangolo rettangolo grande n M A. trouaremo l'Altezza A M. Et ancora mediante il Triangoletto rettangolo d e t. simile al Triangolo rettangolo grande d L A. trouaremo l'altezza A L. dalla quale cauata la particella L M. eguale alla n e. altezza nota restarà la A M. che perciò questo restante sarà eguale alla quantità trouata per la medesima A M. mediante l'altro triangoletto n e s. onde essendo peruenuti alla equatione si trouarà il valore della cosa, Et questo sarà la distanza piana q B. posta 1. cosa; alla quale giunta la distanza q p x g P. misurata, sapremo la totale distanza P B. Et anco si farà nota l'altezza A M. ò la A L. & consequentemente ancora la totale A B. operando come s'è mostrato disopra.

Et in ogni caso che lo spatio g q. i n particolare, quale s'adopra nel misurare, non fusse piano; à noi in vece d'esso conuerria valerci nel misurarle delle rette piane visuali d e. n e. & e n. (ouero e i. quando la d e. allungata arriui alla n p. in i. & non in n.) perilche con vna squadra (qual squadra si può ancora fare piegando vn pezzo di carta) accostata à ciascuno de i fili, ò perpendicolari d g. & n p. & vnito vn braccio, o lato d'essa squadra con esso di modo che l'angolo retto della squadra stia nella cima n. & anco nella cima d. con diligenza poi mediante la rettitudine dell'altro braccio della squadra voltato verso l'altezza A B. segnare i punti e. e. & i. secondo che occorra.

Notisi anco che non è necessario che l'Asta, o filo t x. sia fuori dello spatio q p. verso P. ma può anco essere dentro ad esso spatio q p. come si vede nella figura F. posta in margine; Et pure nel modo mostrato si trouarà la quantità della distanza q B. & dell'altezza A B, nientedimeno quanto più lunghe saranno le lontananze, o distanze che si adopraranno tanto più sicura sarà la operatione, nel pigliare anco diligentemente le misure, & vn poco d'errore in esse misure più importa in vna distanza corta che in vna lunga; Et il simile auuiene nell'altezze perpendicolari e s, e t, quali quanto saranno maggiori tanto più sicura potrà essere la operatione.

Et non solo può l'Asta ò filo t x. essere dentro allo spatio q p, ma può anco peruenire precise al punto p, come si vede nella figura G, vnendosi il punto e. con l'n, & il punto x, con il p, restando poi la parte superiore e t, (per la cima t, della quale passarà la veduta arriuando alla cima A,) eguale alla s e, ò minore à nostro beneplacito, secondo che più, ò manco ci occorrerà discostarci, ò vogliamo dire allontanarci da essa e t, nel fermare il filo d g, dalla cima d, del quale posta al piano della e e, hà da cominciare la veduta, quale passando per il punto t, arriua alla cima A, che in qual si vogli sorte di positura pure si operarà con l'Algebra al modo mostrato per trouare la distanza q B, & altezza A B.

Et quando in cima al Monticello in A, fusse eretta vna Torre, ò altro edificio A C, & si volesse sapere la sua altezza, noi trouata l'altezza del Monticello; cioè la B A, trouaressimo ancora nel medesimo modo la altezza totale B C, dalla quale si cauaria la B A, parte d'essa B C, & il restante saria l'altra parte A C, che è l'altezza cercata della Torre, o Edifitio detto. Ne importa quale d'esse due altezze B A, ò B C, sia la prima cercata, o trouata; Ouero mentre che si troua, o cerca l'vna si può anco trouare, o cercare l'altra, operando come segue.

Quando per trouare l'altezza A L, si fanno le due positioni con l'occhio in n, & in d, Si può da vno

vno de' medesimi pũti n,ouero d,guardare anco la cima C,dell'altezza dell'Edeficio,& se lo guardaremo dall'n,conuerrà che l'Asta, o filo q e s, sia alzato per il suo diritto all'in sù verso s, tanto che la linea visuale quale dal punto n,vada alla cima,o punto C,lo seghi,& segnare diligentemente il punto del segamento in esso filo,o asta,& sia poniamo il segno,o punto u, & all'hora misurata con diligenza la s u,potremo da essa venire in cognitione dell'altezza A C,perche qual conuenienza hauerà la s u,alla s e,tale conuenienza hauerà ancora la altezza C A, alla altezza A L,Et conuersamente qual conuenienza hauerà la e s, alla s u, tale conuenienza hauerà l'altezza A L, alla A C, Onde quando haueremo trouato il numero della L A, da esso verremo in cognitione del numero della A C,Che se per esempio,essendo e,s,4 misure la s u,sia misure $\frac{3}{5}$,perche il 4 cõtiene il $\frac{3}{5}$,volte 6 $\frac{2}{3}$,ancora la L A contenirà A C,volte 6 $\frac{2}{3}$. Onde per questo 6 $\frac{2}{3}$,partendo il numero della L A,& sia poniamo 228.(trouato al modo detto)che ne viene 34 $\frac{1}{5}$. (ouero dicendo se 4.e s,da 228 L A,che darà $\frac{3}{5}$.s u,(o se 4.e s,douenta $\frac{3}{5}$.s u,che douentarà 228.A L,)& darà (o douentarà)34 $\frac{1}{5}$)questo 34 $\frac{1}{5}$.sarà il numero della A C,Ma se guardassimo la cima C,dell'Edefitio nella positura più lontana;cioe dal punto d,pure conuerria che l'Asta,o filo x e t,fusse alzato per il suo diritto, Ouero che da se l'Asta,o filo fusse tant'alto, & sia poniamo x e o, che non solo la linea retta visuale d t A, la segasse in t, ma che anco la potesse segare la retta visuale che dal medesmo punto d,arriuasse alla cima C.Hora essendo egli alto à bastanza,sia che la retta visuale d C,lo seghi nel punto u,che all'gora similmente mediante la misura della t u,quando haueremo trouato la L A,potremo sapere la A C,perche similmente qual conuenienza hà la e t,alla t u, tal conuenienza hà la L A,alla A C,Et se la e t,fusse 4. misure come la e s, ancora la t u, saria tante misure quante la s u,che si trouasse con il segamento della retta visuale n c, Et perciò hora la t u doueria essere misure $\frac{3}{5}$. Onde se per maggior sicurezza d'operatione veridica,o deligente,non da vn punto solo de' dui n, & d,ma da ambidui guardaremo la cima C, segnando li punti u,& u, doue le rette visuali seghino i fili,o Aste erette in q,& x, Se hauendo poste e t,& e s,eguali,trouaremo anco le t u,& s u,eguali, Ouero quãdo le e t,& e s,fussero ineguali trouaremo anco le t u,& s u,ineguali nel medesmo modo precise;cioe che tal cõuenienza sia precise da e t,à t u, quale da e s,ad s u,(ouero permutatamente)tal conuenienza sia da e t,ad e s,quale da t u,ad s u,ò vogliamo dire da t u,ad s u,quale da e t,ad e s,)questo ci potrà esser segno d'hauere operato diligentemente in questa parte.

Ancora per trouare la lunghezza di A C,Edifitio,o Torre eretta perpendicolarmente sù la cima A,del Monticello, si può(doppo eretta l'Asta, ò filo q e s, & passando per s, dall'n,veduto la cima A,del Monticello) ponere l'occhio fra n,& e, di modo che passando la veduta per s,arriui alla cima C,& segnare il punto o,doue essa retta visuale seghi la linea n e,del piano,& misurare diligentemente la o e,che poi mediante essa o e,& e s,Et o e L,(trouata che sarà ancora la distãza e L,)si saprà la totale altezza L C,(per la similitudine delli dui Triangoli rettangoli o e s,piccolo,& O L C grande)dalla quale L C,cauata la L A, (trouata che l'haueremo)il restante sarà la A C, Ouero si potrà fare quello istesso; cioe trouare questa A C, nell'altra positura del punto d, Se andando fra d,& e,in luogo che con l'occhio, passando la veduta per il punto t,ella peruenga al C,si segnarà il punto o,doue la retta visuale seghi la retta piana d e, & si misuri diligentemente la o e,(ouero si misuri la d o, & si caui dalla misura della d e, che cosi restarà la o e,) mediante la quale o e,con l'aiuto della e t,& o e L,(trouata che sarà la e L,)per la similitudine delli dui Triangoli rettango o e t,piccolo,& o L C grande,si trouarà la totale L C,& poi la A C.

Si potria anco piacendosi,con due positure, o due vedute sù la linea piana condurre due linee visuali da essa piana alla cima C,piu alta,& poi,o dalli medesimi punti della linea piana,o da vn solo(che basta)condurre due,o vna linea visuale alla cima A,più bassa segnando i punti,ò il punto solo doue elle,o ella segaranno, o segarà i dui fili,o il filo, & seruirsene come s'è detto. Ouero nella linea piana da vn luogo solo condurre vna retta visuale che passando per la sommità istessa del filo più vicino al Monticello(per la qual sommità passa anco la retta visuale che peruiene alla cima più alta C,)peruenghi alla cima A,più bassa, & segnato il punto doue la retta piana sia segata da questa visuale che peruiene ad A,& misurata la distanza che è da esso punto del segamẽto per la linea piana fino al filo,o Asta perpendicolare adoprata,essa distanza(con l'aiuto dell'altre linee occorrenti) ci seruirà a trouare l'altezza del Monticello, o vogliamo dire della L A.

Si potria mò da ciascuna delle sopradette operationi Algebratiche deriuare la simplice Regola numerale,ma noi la estraheremo solo da questa doue,& si adopra vna sola linea piana,Et l'Aste o fili eretti perpendicolarmente ad essa si pongono eguali,Et nella veduta più vicina si fa passare la retta visuale per il termine doue fanno l'angolo retto insieme nel punto e, la retta piana, & il filo che hà seruito,o seruirà alla veduta più lontana;che essa veduta più lontana può essere la prima,o la seconda,come ci piacerà,o verrà comodo.

Sia

Sia dunque che dato il piano P q,& il Monticello in esso eleuato, la cima del quale sia *A*, si vogli sapere l'altezza d'esso;cioè quanto la cima,o punto A.sia alta sopra al piano; Per farlo,noi in vn luogo d'esso piano à beneplacito più vicino al Monticello che ci venga comodo, ergeremo vn filo à piombo,o vogliamo dire all'in sù per il diritto, & si formarà vna linea visuale che vada verso l'altezza del Monticello(qual linea seghi esso filo ad'angoli retti,o vogliamo dire à squadra, acciò che ella sia equidistante al piano dell'Orizonte,che perciò la chiamaremo linea piana,& sia la b e,essendo e,il termine piu vicino al Monticello,doue anco ella fa angoli retti con il filo,& esso filo si chiami q r,essendo il punto q,il termine doue egli arriua in terra,poi dal punto e, del segamento verso la sommità r,in esso filo,si seghi il punto s,lontano dall'e,vn numero determinato di misure,o misurette à beneplacito, & sia esso numero di e s, poniamo 4 poi allontanandoci dal Monticello,& dal filo sù per la linea piana detta si peruenga in luogo doue vna retta visuale che passi per il punto s,peruenghi precise alla cima A.del Monticello,& si segni il punto c,doue questa visuale seghi la piana e b. & si misuri diligentemente con misura determinata questa distanza e c,& sia il numero d'essa poniamo 25 $\frac{2}{3}$, Ancora per il medesimo punto c, si erga à piombo vn filo che arriui con vn termine,& sia l'x.in terra, & con l'altro sia disopra alla retta piana tanto, che in essa parte superiore si possa pigliare vn'altezza eguale alla e s,cioe di 4. misurette, & sia il termine d'esse il t,cioe sia t c,4.misurette,poi allontanandoci dal Monticello, & da esso filo t c x, sù la linea piana, si peruenga in luogo doue vna retta visuale che passi per il punto t, peruenga precise alla cima *A*.del Monticello,& si segni il punto d, doue questa visuale seghi la piana e b,& si misuri diligentemente(con la sorte di misura adoprata nella e c.) questa distanza c d.& si troui essere il numero d'essa distanza c d.poniamo 26 $\frac{1}{4}$.fatto questo ci restarà con il calcolo à trouare l'altezza cercata,il che si fa(mediante la inuentione della distāza piana e e L. che si imagina peruenire ad angolo retto alla retta A *L*.quale si parta dalla cima A à piombo,determinando quanto sia alto il punto,o cima A. sopra ad essa retta piana) nel modo seguente. Partasi l'altezza e s. 4.ouero c t.(che sono eguali)per la distanza minore e c. 25 $\frac{2}{3}$. piu vicina al Monticello; & anco per la d e.maggiore 26 $\frac{1}{4}$.piu lontana, che ne viene dalla piu vicina $\frac{1}{7}\frac{2}{7}$. & dalla piu lontana $\frac{1}{10}\frac{6}{5}$.questo $\frac{1}{10}\frac{6}{5}$.dalla più lontana si caui dal $\frac{1}{7}\frac{2}{7}$.venuto dalla piu vicina,che resta $\frac{4}{1\,1\,5\,5}$ quale si chiami A. Ancora si moltiplichi e c,25 $\frac{2}{3}$. distanza minore piu vicina al Monticello per e s,altezza 4.& il prodotto 102 $\frac{2}{3}$.si parta per d c.26 $\frac{1}{4}$.distanza maggiore piu lontana, & ne viene 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$.quale auenimento si parta per l'*A*.$\frac{4}{1\,1\,5\,5}$.& l'auenimento 1129 $\frac{1}{3}$.quale si chiami D (che è la distanza e L.)si moltiplichi via l'altezza e s.4. & il prodotto 4517 $\frac{1}{3}$. si parta per la distanza c e,25 $\frac{2}{3}$ piu vicina,& all'auenimēto 176.(& si può chiamare G.)si giunga tutta l'altezza s e q.(cioe s e.4 & e q.8.) che la somma 188.sarà l'altezza A B. del Monticello, nella sorte di misure delle quali è l'altezza s e. 4. & e q 8.

Et se essendo eretta alcuna Torre,o Edificio poniamo la A C. nella cima A. del Monticello si vogli sapere particolarmente l'altezza d'essa Torre A C. Noi quando dal punto c. (veduta piu vicina al Monticello)posto nella linea piana d c e.haueremo condotto la linea visuale c s *A*,alla cima A.del Monticello,qual retta visuale passi per il punto s. dell'altezza, o filo r s e q. noi dico senza leuare il principio della veduta da esso punto c.la alzaremo di modo che ella peruenga precise alla cima C.della Torre,o Edificio A C. detto; Cioe dal medesimo punto c.condurremo vna retta visuale che peruenga precise alla cima C.& segnaremo il punto t.doue questa retta visuale seghi il filo à piombo r s e q.misurando con diligenza questa particolare altezza t s. & sia trouata poniamo $\frac{3}{5}$.la quale t s.ci seruirà a sapere quante delle misure della istessa sorte di t s. $\frac{3}{5}$. sia l'altezza A C.operando come segue. L'auenimento che disopra si chiamò G. & fu trouato essere per numero 176.si moltiplichi con il numero di t s. $\frac{3}{5}$.& il prodotto 105 $\frac{3}{5}$. si parta per il numero di e s.che è 4.& all'auenimento 26 $\frac{2}{5}$.si giunga il numero di detta t s. $\frac{3}{5}$.che la somma 27. sarà il numero della A C.della medesima sorte che è il numero della t s.Cioe se la t s. sia piedi $\frac{3}{5}$. la *A* C.sarà piede 27.ma se s t.fusse braccia $\frac{3}{5}$.la A C.saria braccia 27.Et cosi dell'altre.

Et se anco da qualche punto segnato nel piano P q.& sia il P.istesso,voremo tirando vna retta visuale alla cima *A*.ouero alla cima C.sapere quante misure,& siano passi ella sarà(per conoscere poniamo che effetto potessero fare i tiri d'vna Machina da ponere in esso piano in P. verso la cima *A*.ouero C.)noi vedremo quanti passi;Sia la retta piana P B.che partendosi dal punto P. dato vada à formare angolo retto con la C *A* B.condotta a piombo dalla cima C.ouero *A*. sù la detta piana P q.allungata quanto occorre; cioe fino in B. Et lo sapremo dalle operationi passate, perche l'auenimento disopra nominato D.ci mostra sempre la distanza piana che è dal punto q.al B intersettione della linea piana,& della à piombo,ò a lui perpendicolare C A B. nella sorte di misure delle quali la c e.è stata 25 $\frac{2}{3}$.& la d c.26 $\frac{1}{4}$.qual sorte di misure se sia passi sarà a punto della sorte che vogliamo,Et se non sia passi, ma altra sorte di misura, la ridurremo à passi vedendo

che conuenienza habbi essa misura con il passo, & lo potremo fare facilmente misurando la distanza d e, ouero la c e, ò la totale d e, o vogliamo dire la g q, à lei eguale nel piano con il passo, & sia che questa g q, si troui essere passi 21 $\frac{2}{5}$. che cosi sapremo tanto essere passi 21 $\frac{2}{5}$, quanto le misure 26 $\frac{1}{4}$. & 25 $\frac{2}{3}$ cioe quanto le misure 51 $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$. perilche potremo mò ridurre à passi la distanza q B, (eguale alla e L.) che con il calcolo fu trouata essere misure 1129 $\frac{1}{3}$. dicendo; Se misure 51 $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ g q, douentano, o sono passi 21 $\frac{2}{5}$. le misure 1129 $\frac{1}{3}$. q B. quanti passi saranno? Et vedremo che saranno passi 465 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{8}{6}\frac{9}{5}$. per la distanza q B. detta, alla quale giongendo li passi 21 $\frac{2}{5}$. di q g. Et misurata g P. che rimane, & sia passi 3 $\frac{5}{8}$. giunta anc'ella alle due g q, & q B. la somma sarà passi 490 $\frac{2}{4}\frac{6}{9}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. che è la quantità della distanza P b. Ancora ci conuiene hauer notitia della quantità dell'altezza A B in numero di passi (che è la misura data) Onde sapendo che ella è misure 188 di quelle delle quali la s e, è 4. & la e q, è 8. o vogliamo dire di quelle delle quali la s q, è 12. noi misurando questa s q, con il passo dato, & trouando ella essere passi 5 $\frac{7}{8}$. potremo poi per ridurre la *A* B. dire; Se misure 12. s q. sono passi 5 $\frac{7}{8}$. che saranno misure 188. A B. Et vedremo essa A B. essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Di più si vedrà quanti passi sia l'altezza C A. quale fu trouata essere misure 27. di quelle delle quali la altezza t s. nel filo r q. è $\frac{3}{7}$. perilche cercaremo che conuenienza habbi questa sorte di misura con il passo, Et per farlo comodamente (se bene potressimo misurare essa parte t s. di filo con il passo diuiso in molte particelle) poneremo in Terra, o doue ci piaccia, vn numero à beneplacito delle misure con le quali fu misurato t s. essere $\frac{3}{7}$. Et sia che vi siano poste misure 10. & questa distanza, o lunghezza che elle conteneranno, si misure poi diligentemente con il passo, & sia che si troui essere passi 8 $\frac{5}{6}$. che cosi sapremo 10. di quelle misure essere passi 8 $\frac{5}{6}$. Et perciò potremo dire. Se misure 10. sono passi 8 $\frac{5}{6}$. le misure 27. di *A* C. quanti passi saranno? & vedremo, che saranno passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. p l'altezza A C. che se la giongeremo alla A B. trouata essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. la sôma passi 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$. sarà la altezza totale C B. Hora noi sappiamo la distanza P B. essere passi 490 $\frac{2}{4}\frac{6}{0}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. l'altezza A *B*. essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ Et l'altezza C B. essere passi 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$: Onde mediante queste potremo sapere la distanza mista visuale P A. & anco la P C. Che quanto alla P A. perche ella s'oppone all'angolo retto B. del Triangolo rettangolo P *B* A, imaginato: Il quadrato del nume. d'essa P A. sarà eguale alla somma delli quadrati delli numeri di P B. & B A. che formano esso angolo retto B. ma il numero di P B. è 490 $\frac{2}{4}\frac{6}{9}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. però il suo quad. è 240624 $\frac{2}{3}$. in circa, Et il numero di B A. è 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. però il suo quadrato è 8471 $\frac{3}{5}\frac{8}{7}\frac{5}{6}$. Onde la somma d'essi dui quadrati sarà 249096 $\frac{1}{3}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P A. la radice quadra dunque di questo che è 499 $\frac{9}{0}\frac{9}{0}\frac{5}{8}$. in circa, o vogliamo dire che è quasi 499 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. sarà il numero di PA. Cioe perciò si dirà la distanza visuale PA. essere quasi passi 499 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. Et quanto alla distanza P C. perche ella s'oppone all'angolo retto *B*. del Triangolo rettangolo imaginato P B C. Il quadrato del numero d'essa P C. sarà eguale alla somma delli quadrati delli nnmeri di P B. & *B* C. che formano esso angolo retto P *B* C. Ma il numero di *B* C. è 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$. però il suo quadrato è 13430 $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{6}{4}\frac{4}{0}\frac{9}{0}$. al quale gionto 240624 $\frac{2}{3}$. in circa quadrato di P B. fà in somma 254055 $\frac{7}{1}\frac{8}{4}\frac{4}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P C. la radice quadra dunque di questo, quale è 504 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. in circa, o vo-

P B. 490 $\frac{2}{4}\frac{6}{0}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$.

356 | 186690

524

869

1370

146

524 $\frac{1}{1}\frac{7}{7}\frac{2}{8}$.

240100 $\frac{1}{4}$. & più

quad. di P B. 240624 $\frac{2}{3}$ in circa

quadr. di B A. 8471 $\frac{2}{3}$. & più

quad. di P A. 249096 $\frac{1}{3}$. in circa

. . .

499

890

8996

P A. 499 $\frac{9}{0}\frac{9}{0}\frac{5}{8}$. in circa

B A. 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.

7 $\frac{2}{3}$.

8464 $\frac{1}{5}\frac{1}{7}\frac{1}{6}$.

8471 $\frac{3}{5}\frac{8}{7}\frac{5}{6}$.

quadr. di B A.

C B. 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$.

24610

205 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.

13225 $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{4}{4}\frac{4}{0}\frac{9}{0}$.

quadr. di C B. 13430 $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{6}{4}\frac{4}{0}\frac{9}{0}$.

quadr. di P B. 240624 $\frac{2}{3}$. in circa

quadr. di P C. 254055 $\frac{7}{1}\frac{8}{4}\frac{4}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. in circa

. . .

5 0 4

39

P C. 504 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. in circa,

gliamo

3.piu 5 $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$.piu $\frac{8}{19}$.cose, Eguale à 4.piu $\frac{4}{57}$.cose
75 76
a $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$.eguale à $\frac{1}{57}$.cose;però la cosa
56 vale 1400.

1400.	Ouero 1400
via $\frac{4}{57}$.	via $\frac{1}{19}$.
fa 224	fa 221 $\frac{1}{19}$.
giontoli. 4	giontoli 4 $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$.
228.A L,	228.per A L,

Pono e L, ouero q *B*,esſere 1. coſa; però ſe 25. n e,da 4. e s. la retta n e L.4. piu 1. coſa dará 4. piu $\frac{4}{57}$.coſe per L A. Ancora ſe d e, 19.da e t, 3.la retta d n L, 19.piu 25.piu 1.coſa dará 3.p̃, 5 $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$. piu $\frac{3}{19}$.coſe per L A,però queſto è eguale à 4.piu $\frac{4}{57}$.coſe, Et però a $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$. è eguale ad $\frac{1}{57}$. coſe;periìche la coſa valerà 1400.& queſta è la retta e L;ouero q B, Onde L *A*, ſarà 228.

Fig.5. Et quando t e, ſi faceſſe 4. come è la s e,per trouare quanto douerà eſſere la diſtanza d e,ſeruendoci del ſolo giudicio naturale(che volendo ſenz'altro penſiero,o fatica ado perare l'Algebra,potreſſimo ponere eſſa d e,douere eſſere 1.coſa,che coſi, ſe d e, 1.coſa dà 4.e t,la d e L, 1.coſa piu 25.piu 1400.(che già ſappiamo la e L,& la A L,)darà 4.piu 5700. eſimo d'1.coſa,per la L A,ma L A,è 228. però eſſa quantità è eguale a 228.& leuando 4. da ciaſcuna banda haueremo 5700.eſimo d'1.coſa eguale a 224.Et per leuare il rotto,moltiplicando ciaſcuna parte per il denominatore 1.coſa;haueremo 5700.eguale a 224.coſe;Onde partendo 5700.per 224. che ne viene 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$.queſto ſarà il valore della coſa; però d e,poſta 1.coſa douerà eſſere 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. quando eſſendo n L,1425. & L A,228.la e t,ſia 4. Ouero poſta d e, douere eſſere 1.coſa,ſi potrà dire Se e t,4.altezza da e d,1.coſa diſtanza,che douerà dare L A,altezza 228.& vedremo che douerà dare 57.coſe per la diſtanza d L,ma eſſa è 1425.piu 1.coſa(perche e L,è 1425.& e d, e poſta 1.coſa che in ſomma fa 1425.piu 1.coſa)onde 57.coſe ſarà eguale a 1425. piu 1.coſa; Cioe(leuato 1.coſa da ciaſcuna banda)haueremo 56. coſe eguale a 1425. periìche la coſa ſarà eguale,o vogliamo dire la coſa valerà 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. che ſarà la quantità numerale di d e, Et tanto la douere mo trouare,quando ella ſia miſurata,& operata diligentemente a baſtanza)potremo conſiderare che eſſendo 4.altezza t e,li $\frac{4}{228}$.cioe l'$\frac{1}{57}$.di 228.altezza A L,ancora d e,diſtāza deue eſſere ſimilmente l'$\frac{1}{57}$.della diſtanza d L,(per la ſimilitudine delli dui Triangoli rettangoli d e t,picolo,& d L A,grande)Onde alla diſtanza e L,1425.conuien giungere la d e,tale,che eſſa d e,ſia poi l'$\frac{1}{57}$.detto della ſomma totale d L, Cioe d e, deue entrare volte $\frac{57}{1}$. o vogliamo dire 57. volte in d L,ma ella in d e,medeſima entra 1.volta;però in e L,reſtante douerà entrare queſta 1. volta di manco;però vi entrarà ſolo 56 volte periìche ella ſarà l'$\frac{1}{56}$.di e L,1425. Onde moltiplicando queſto $\frac{1}{57}$.via il 1425.o partendo eſſo 1425. per $\frac{56}{1}$.cioe per 56. che ne viene 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. queſto 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. douerà eſſere il numero della d e.

Notiſi che queſte figure non ſono fatte con le miſure che realmente conuerriano alle quantità in eſſe nominate,che per eſempio quando la n e,ſia 25.non può il 1400.conuenire alla poca,o corta diſtanza e L, Et l'iſteſſo ſi dice dell'altre linee conſiderate, & adoprate; ma perche inſtretta carta non ſi poſſono deſcriuere gl'eſempii,come realmente in Campagna occorreriano, ſe ne dà ſolo quella bozza,o ſegno che può eſſere baſteuole all'occhio per intendere quanto ſi propone.

Di qui mò può il giudicioſo,& accorto Lettore auertire eſſere impoſſibile(per diligenti che ſiano,& gli ſtrumenti che s'adopraſſero,& le operationi)ſapere,o trouare eſattamente la preciſe quantità, o numero d'alcuna tale lunghezza, o diſtanza; Et altezza; Perche hauendo veduto che di neceſſità il numero della retta d e.e $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$.ben s'accorge che(quando anco tutte l'altre miſure,& operationi ſiano ſtate fatte (ſe poſſibile è) preciſiſſimamente) alcuno per diligenza che vſi non trouarà mai, miſurando eſſa d e, che ella ſia queſto preciſe numero 25 $\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. perche ſaria vna gran ſorte,o vn'indouinare a dare a punto con la miſura in eſſo retto, o à diuidere il piede in 56. parti come conuerria per hauere il denominatore d'eſſo rotto; Et vede che qual ſi vogli altra denominatione che ſi dia al rotto(ſchiſato)che hà da accompagnarſi all'intiero 25. non ſarà eſatta in tutto,& che perciò ogn'altro rotto che a detto intiero 25.s'accompagni ſarà,o troppo,o poco; Et perciò la operatione che ſi faceſſe con eſſo ci faria parere la diſtanza e L, & conſequentemente l'altezza L A, di diuerſo numero da quello che realmente deuono eſſere.

Ma di più tanto maggiormente potrà amirare i marauiglioſi ingegni, & la molta patienza, & deligenza de gl'Eccellenti Aſtronomi,quali non oſtante le dette difficultà, anzi impoſſibilità;oltre li ſuppoſiti(ſolo veriſimili)imaginati per ſaluare le molte apperrenze ne i Corpi Celeſti, ſiano arriuati a tanta dottrina che conoſchino, & predichino, o antiueghino anco per molti anni à venire,le Congiuntioni,Oppoſitioni,Quadrati, & altri aſpetti,non ſolo delli 5.Pianeti, ma anco de i dui Luminarij, & in particolare gl'Eccliſſi loro, à'i diuerſi Popoli della Terra, ſenza molta variatione,ne del tempo d'eſſi,ne delle parti loro che Ecliſſano, o delle dimore in eſſi,&c. Onde

certo si scorge la tanta cognitione, & accume d'intelletto essere particolare dono Diuino da impiegarsi sempre a gloria di DIO eterno Omnipotente, Et a beneficio, e salutare, & ornamento del Mondo.

Fig. 6

Pono e L, essere 1. cosa, Onde c e L, sarà 25 $\frac{3}{4}$. piu 1. cosa; perilche essendo e s, 4. sarà a questa similitudine L A, 4 piu 4. esimo di 25 $\frac{3}{4}$. cose, Ancora perche d c, è 26 $\frac{1}{4}$. quando c t, è 4. essendo hora d c e L, 26 $\frac{1}{4}$. piu 25 $\frac{3}{4}$. piu 1. cosa sarà L A, à questa similitudine 4. piu 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{}{5}$. cose; Perilche haueremo 4. esimo di 25 $\frac{3}{4}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{}{5}$. cose, Cioe $\frac{}{1\,1\,5}\frac{3}{5}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. onde la cosa valerà, o sarà 1129 $\frac{1}{2}$. Et questo 1129 $\frac{1}{2}$. è il numero delle misure della distanza e L, posta 1. cosa.

Hora se 25 $\frac{3}{4}$. distanza c e, da 4. altezza e s, la distanza c e L, 25 $\frac{3}{4}$. piu 1129 $\frac{1}{2}$. a questa similitudine darà 4. piu 176 & questo 180. è il numero delle misurette dell'altezza A L, alla quale giunta la L B, o vogliamo dire la e q, che è ad essa L B, eguale, & sia trouata poniamo misurette 8. la somma 188. sarà il numero delle misure della totale altezza A B.

Quanto all'altezza A C, quale alla A L, 180. hà la istessa conuenienza ò similitudine che hà l'altezza t s, $\frac{3}{5}$. alla s e, 4. diremo Se e s, 4. ha s t, $\frac{3}{5}$. che hauerà L A, 180. Onde moltiplicando 180. L A, per $\frac{3}{5}$. s t, & partendo il prodotto 108. per 4. e s, l'auenimento 27. sarà il numero delle misurette dell'altezza A C.

c e, 25 $\frac{3}{4}$. (da e s, 4. (c e L, 25 $\frac{3}{4}$. p̄, 1129 $\frac{1}{2}$

d c, 26 $\frac{1}{4}$. (dà c t, 4. (d c e L, 26 $\frac{1}{4}$. p̄, 25 $\frac{3}{4}$. p̄, 1. cosa   77   3388

105   102 $\frac{1}{4}$. p̄, 4. cose   7   308

410 $\frac{1}{2}$. p̄, 16. cose   1   44

95 $\frac{2}{4}$. darà 4. p̄, 176 per L A, però L A, sarà 180 che cō LB, 8. fa 188. p AB.

$\frac{3\,8\,7}{4\,1\,5}$. g q, misure 51 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. e passi 21 $\frac{3}{5}$. che sarà q B, misure 1129 $\frac{1}{2}$.

darà 4. piu 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. p̄, $\frac{1\,6}{1\,0\,5}$. cosa per L A.   623   107   13552

quale L A, sappiamo essere (mediante le c e. e s.) 4. p̄ 4. esimo di 25 $\frac{3}{4}$. 4.   3115 | 1450064

però haueremo $\frac{1}{7}\frac{3}{7}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{}{5}$. cose

1260   1332   465

28

Cioe $\frac{}{1\,7}\,3\frac{4}{5}$. cose eguale a $\frac{1\,7\,6}{4\,5}$.   20406

1   44

77   3 | 3388   3   17164

1129 $\frac{1}{3}$. vale la cosa per e L,

q B, sarà passi 465 $\frac{1}{4}\frac{5}{7}\frac{8}{1}\frac{9}{5}$. 623. 1346.

s q, misure 12. (è passi 5 $\frac{7}{5}$. (A B, misure 188.

q g, è passi 21 $\frac{3}{5}$.   389 $\frac{7}{8}$. 1946 $\frac{7}{8}$.

15 $\frac{2}{4}$.

g P, è passi 3 $\frac{5}{8}$.   1589

75 $\frac{1}{2}\frac{4}{4}$.

P B, è passi 490 $\frac{2\,6\,6\,7}{4\,9\,8\,4}$.   4781 $\frac{7}{8}$.

13 $\frac{1}{8}$.   1666 $\frac{7}{8}$.

3 $\frac{1}{4}$.   e s 4. (hà s t, $\frac{3}{5}$. (L A, 180   11335

45    $\frac{2\,6\,6\,7}{4\,9\,8\,4}$.

A B, è passi 92 $\frac{1}{2}\frac{}{4}$.   9. hauerà 27. per A C, Ouero e s, 4. (s t, $\frac{3}{5}$ (L A, 4. p̄, 176

A C, è passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$.   misure 10. (sono passi 8 $\frac{5}{6}$. (misure 27.   1   132   44

C B, è passi 115 $\frac{1\,0\,7}{1\,2\,0}$.   135 $\frac{3}{5}$. p̄, 26 $\frac{2}{5}$. Cioe 27. sarà AC,

22 $\frac{1}{2}$.   ma 10. di queste misure

216   sono passi 8 $\frac{5}{6}$.

10 | 238 $\frac{1}{2}$.

passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. sarà A C.

Può anco auertire lo Studente, che facilmente senz'altro calcolo potrà venire in cognitione della alteza A B, del Monte, della A C, della Torre, Et della distanza d L, ouero di d A, ò d C, ò altra da queste dependenti, cosi.

Quando fatto lo schizzo della forma dell'operatione, & diligentemente misurate le rette necessarie d c, c e, piane, & le c t, Ouero e s, Et s t, perpendicolari al piano con vna istessa sorte di misura, (o ridottele ad vna istessa sorte di misura. Se fussero misurate con diuerse misure) farà poi in luogo comodo, Egli formatasi vna scaletta di misurine ciascuna delle quali misurine rapresenti vna, ò piu determinatamente delle misure grandi di passi, o piedi, o altro adoprate nelle reali line dette) in vn Matonato, o Salegata, come dire si vogli ampla a bastanza, o in vna facciata di muro, postosi da vn lato d'essa facciata potrà diligentemente (con la scaletta fattasi) disegnare le

rette

rette piane dette d c. c e, con le lunghezze precise a loro conuenienti, & ad esse erigere le perpendicolari e t, & e s t, con le lunghezze loro trouate esattamente, Et poi tirate le transuersali d t, & c s, allungarle verso t. & s, finche concorrano insieme (seruendosi se gli piacerà di dui fili, o simili,) & nel punto del concorso segnato A, da esso alla d e. piana, allungata verso e, quanto bisogna, tirare la perpendicolare A L, Et questa alzata verso A, finche concorra con la trãsuersale c t, allungata verso t, nel punto del concorso segnare C, il che esequito, vedrà hauer formato vn disegno piccolo simile à punto al grande vero; Onde in esso piccolo con la sua scaletta misurando la e L, piana, Et le L A, & A C. perpendicolari, Et anco le d C, e C, & c A, o altre hauerà noto i numeri delle misurine d'esse tutte nel disegno murale, Et consequentemente i numeri delle misure delle à loro corispondenti, & proportionali linee nel vero disegno grande a questo simile.

Io in vn'Opera riposta fra molt'altre compositioni nella cassetta che di Casa mia fu tolta di nascosto l'anno 1594. nel tempo delle Rogationi di Maggio, mostrauo Geometricamente in vna vniuersalissima Propositione con facilità, come senza Instromenti particolari, essendo sopra ad vn Monte, ò Colle, ò altro luogo, & vedendo altri Monti, Piani, Valli, &c. si possano sapere le distãze da noi ad essi, & fra loro, le loro altezze, grossezze verso noi, & tutte l'altre linee, ò distãze da esse dependenti, visibili, & imaginarie; Et anco come questo si potesse applicare all'Astronomia nel trouare l'altezze, distanze, &c. nelli cropi celesti.

IN Vn'esercito sono 34000. Soldati fra Picchieri Moschettieri, & Caualli leggieri nel quale Esercito si spende il mese 182400. Scudi dando il mese per Soldo Scudi 4 $\frac{1}{2}$. ad ogni Picchiere, & Sc. 5 $\frac{1}{2}$. ad ogni Moschettiere, & Scudi 9 $\frac{1}{2}$. ad ogni Cauallo leggiero, Et essendoui per ogni Moschettiere, 3. Picchieri, si domanda quanti Soldati vi sono d'ogni sorte.

Questo quesito riducendolo alla Astrattione Mathematica significa diuidere 34000. in 3. parti tali che la prima sia tripla alla seconda (perche si dice li Picchieri che si intende per prima essere 3. tanti delli Moschettieri che si intende seconda,) & che la prima moltiplicata per 4 $\frac{1}{2}$. & la secõda per 5 $\frac{1}{2}$. Et la terza per 9 $\frac{1}{2}$. la somma delli tre prodotti sia 1824000. Onde posto la seconda 1. cosa che la prima sarà 3. cose, Et la terza sarà il restante fino a 34000. cioe 34000. meno 4. cose, Et moltiplicate la prima 3. cose per 4 $\frac{1}{2}$. che fa 13 $\frac{1}{2}$. cose, & la seconda 1. cosa per 5 $\frac{1}{2}$. che fa 5 $\frac{1}{2}$. cose, & la terza 3400. meno 4. cose per 9 $\frac{1}{2}$. che fa 323000. meno 38. cose, & questo sommato con le 13 $\frac{1}{2}$. cose, & 5 $\frac{1}{2}$. cose; cioe con 19. cose fa 323000. meno 19. cose il che è eguale a 182400. che accomodato il meno, & leuato 182400. da ciascuna banda si hauerà 19. cose eguale a 14600. però la cosa vale 7400. onde la seconda parte posta 1. cosa sarà 7400. & la prima posta 3. cose sarà 22200. la terza poi sarà il restante di queste due fino a 34000. cioe sarà 4400. però riducendo la risposta alla qualità, ò denominationi del quesito si dirà che nell'Esercito sono 22200. Picchieri 7400. Moschettieri, Et 4400. Caualli leggieri.

Sono 4. Soldati che vorriano comprare vn Cauallo. il primo ha tanti denari quanto importa la mità delli Scudi del prezzo del Cauallo, & ancora ha Scudi 4. di piu; Il secondo ha Scudi 12. manco di quello che importa il Cauallo. Il terzo ha Scudi 5. manco delli $\frac{3}{4}$. del prezzo del Cauallo, Et il quarto ha Scudi 2. manco delli $\frac{2}{3}$. del prezzo del Cauallo, & fra tutti quattro hanno Scudi 230. si domanda quanto è il prezzo del Cauallo, & quanto ha ciascuno; Ponasi che il prezzo del Cauallo sia Scudi 1. cosa, che perciò il primo che ha la mità del prezzo, & 4. di più hauerà $\frac{1}{2}$. cosa piu 4 Il secondo che ha Scudi 12. di mãco del prezzo del Cauallo hauerà 1. cosa meno 12. Il terzo $\frac{3}{4}$. cose meno 5. Et il quarto $\frac{2}{3}$. cose meno 2. Queste quattro quantita gionte insieme fanno 2 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ cose meno 15. & e quello che hanno fra tutti quattro, ma si dice che hanno 230 però 2 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. cose meno 15. è eguale a 230. cioe 2 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. cose eguale a 245. cioe 35. cose eguale a 2940. onde la cosa vale 84. però il prezzo del Cauallo che fu posto Scudi 1. cosa, sara Scudi 84. Et cosi il primo hauera Scudi 42. piu 4. Il secondo Scudi 84. meno 12. Il terzo Scudi 63. meno 5. Et il quarto Scudi 56. meno 2. cioe il primo Scudi 46. Il secondo Scudi 72. Il terzo Scudi 58. Et il quarto Scudi 54. però fra tutti quattro haueranno Scudi 230. come si propone.

Sono dui Soldati ciascuno de quali si trouano hauere vna quantita di Cecchini, talmente che se il primo da al secondo la mita, & 1. di piu delli suoi, Il secondo hauera poi quattro tanti di quello che sara restato al primo; Ma se il secondo da al primo la mita manco 6. di quello che ha all'hora il primo hauera dui tanti di quello che resta al secõdo, si domanda quãti Cecchini ha ciascuno.

Si Pone che il numero de Cecchini che ha il primo sia 1. cosa, & dell secondo sia 1. quantità, la mità del primo è $\frac{1}{2}$. cosa, & 1. di più fa $\frac{1}{2}$. cosa piu 1. che dato al secondo li resta $\frac{1}{2}$. meno 1. Et il secondo hauerà 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. & questo deue essere quattro tanti di $\frac{1}{2}$. cosa meno 1. che è restato al primo; però al quadruplo di questo; cioe a 2. cose meno 4 sarà eguale la 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. che accomodata la equatione, & lassata la 1. quantità da se si hauerà 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. eguale a 1. quantità perilche la quantità vale, ò 1. quantità importa

importa quanto 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. Hora che sappiamo il valore della quantità rispetto al'a cosa, poneremo di nouo che il primo habbi pure 1. cosa, & il secondo (che si pose 1. quantità) hauerà 1 $\frac{1}{2}$. cosa m. 5. la mità di questo secõdo è $\frac{3}{4}$. cose m. 2 $\frac{1}{2}$. & 6. di manco sarà $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. che darà il secondo al primo; però li restarà $\frac{3}{4}$. cose più 3 $\frac{1}{2}$. Et il primo hauerà 1 $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. il che deue essere doppio a $\frac{3}{4}$. cose più 3 $\frac{1}{2}$. che è restato al primo; però sarà eguale a 1 $\frac{1}{2}$. cosa più 7. onde accomodata la equatione si hauerà $\frac{1}{4}$. cosa eguale a 15 $\frac{1}{2}$. & la cosa valerà 62. onde il primo che si pose hauere 1. cosa hauerà 62. Cecchini, Et il secondo che haueua 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. hauerà 93. meno 5. cioè 88. Cecchini.

LAVS DEO.

Quello, che segue va posto a facciate 36. doppo la riga 49. cioè seguendo alla terza riga del Capouerso, che comincia, Se mò di qui vorremo cauarne, &c.

(p. m. 37. 25.) cose; habbiamo cauato g. 19. m. 3. che è il luogo della Luna alli 20. a mezo dì da g. 28 23. 51. che è il luogo del Sole all'istesso tempo delli 20. a mezo dì; & il restante g. 9. 20. 51. che è la distanza nella quale il Sole è più inanzi della Luna è stata eguale a quello che resta a cauar (m. 2. 23 $\frac{7}{24}$. 1. che sono dalla banda del Sole da (m. 37. 25.) 1. che sono dalla banda della Luna, qual numero delle 1. che è dalla banda del Sole è nato a partire m. 57. 19. moto diurno del Sole dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. numero delle hore del giorno, & però esso numero delle 1; cioè minuti 2. 23 $\frac{7}{24}$. viene ad essere il moto horario del Sole, o vogliamo dire il moto d'vn'hora: Et il numero delle cose, che sono dalla banda della Luna è nato a partire g. 14. 58. moto diurno della Luna dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. medesimamente numero delle hore del gioro, che perciò

D. Homobonus de Bonis Pœnitent. pro Illustriss. Cardin. Archiepiscop.

Imprimatur

F. Hieronym. Onuphr. Consultor S. Officij pro Reuerend. P. Inquisitor Bonon.

importa quanto $1\frac{1}{2}$. cosa meno 5. Hora che sappiamo il valore della quantità rispetto all'a cosa, poneremo di nouo che il primo habbi pure 1. cosa, & il secondo (che si pose 1. quantita) hauera $1\frac{1}{2}$. cosa m̃, 5. la mità di questo secōdo è $\frac{3}{4}$. cose m̃, a $\frac{1}{2}$. & 6. di manco sara $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. che dara il secondo al primo; però li restara $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. Et il primo hauera $1\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. il che deue essere doppio a $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. che è restato al primo; però sara eguale a $1\frac{1}{2}$. cosa piu 7. onde accomodata la equatione si hauera $\frac{1}{4}$. cosa eguale a $15\frac{1}{2}$. & la cosa valera 62. onde il primo che si pose hauere 1. cosa hauera 62, Cecchini, Et il secondo che haueua $1\frac{1}{2}$. cosa meno 5. hauera 93. meno 5. cioe 88. Cecchini.

L A V S D E O.

Quello, che segue va posto a facciate 36. doppo la riga 49. cioè seguendo alla terza riga del Capouerso, che comincia, Se mò di qui vorremo cauarne, &c.

(p̃, m. 37. 25.) cose; habbiamo cauato g. 19. m. 3. che è il luogo della Luna alli 20. a mezo dì da g. 28 23. 51. che e il luogo del Sole all'istesso tempo delli 20. a mezo dì; & il restante g. 9. 20. 51. che è la distanza nella quale il Sole è più inanzi della Luna è stata eguale a quello che resta a cauar (m. 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$.). che sono dalla banda del Sole da (m. 37. 25.) . che sono dalla banda della Luna, qual numero delle . che è dalla banda del Sole è nato a partire m. 57. 19. moto diurno del Sole dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. numero delle hore del giorno, & però esso numero delle ; cioe minuti 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$. viene ad essere il moto horario del Sole, o vogliamo dire il moto d'vn'hora: Et il numero delle cose, che sono dalla banda della Luna è nato a partire g. 14. 58. moto diurno della Luna dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. medesmamente numero delle hore del gioro, che perciò

D. Homobonus de Bonis Pœnitent. pro Illustriss. Cardin. Archiepiscop.

Imprimatur

F. Hieronym. Onuphr. Consultor S. Officij pro Reuerend. P. Inquisitor Bonon.

A
G
d
3
4
L
19
m
25
c
B
g
p
q
A
t
G
d
4
4
L
p
25 25/56
n
25
c
B
g
p
q
1400
C
u
d
4
4
L
25 25/56
n
25
c
B
g
p
q
C
A
t
d
4
L
25 25/56
n
B
g
p
q
C
A
t
d
4
L
B
g
x
q
x
QVE

importa quanto $1\frac{1}{2}$. cosa meno 5. Hora che sappiamo il valore della quantità rispetto all'a cosa, poneremo di nouo che il primo habbi pure 1. cosa, & il secondo (che si pose 1. quantità) hauera $1\frac{1}{2}$. cosa m. 5. la mità di questo secŏdo è $\frac{3}{4}$. cose m. 2 $\frac{1}{2}$. & 6. di manco sarà $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. che darà il secondo al primo; però li restarà $\frac{1}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. Et il primo hauerà 1 $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. il che deue essere doppio a $\frac{1}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. che è restato al primo; però sarà eguale a 1 $\frac{1}{2}$. cosa piu 7. onde accomodata la equatione si hauerà $\frac{1}{4}$. cosa eguale a 15 $\frac{1}{2}$. & la cosa valerà 62. onde il primo che si pose hauere 1. cosa hauerà 62. Cecchini, Et il secondo che haueua 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. hauerà 93. meno 5. cioe 88. Cecchini.

LAVS DEO.

Quello, che segue va posto a facciate 36. doppo la riga 49. cioè seguendo alla terza riga del Capouerso, che comincia, Se mò di quì vorremo cauarne, &c.

(p̄, m. 37. 25.) cose; habbiamo cauato g. 19. m. 3. che è il luogo della Luna alli 20. a mezo dì da g. 28 23. 51. che è il luogo del Sole all'istesso tempo delli 20. a mezo dì; & il restante g. 9. 20. 51. che è la distanza nella quale il Sole è più inanzi della Luna è stata eguale a quello che resta a cauar (m. 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$. 1. che sono dalla banda del Sole da (m. 37. 25.) 1. che sono dalla banda della Luna, qual numero delle 1. che è dalla banda del Sole è nato a partire m. 57. 19. moto diurno del Sole dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. numero delle hore del giorno, & però esso numero delle 1; cioe minuti 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$. viene ad essere il moto horario del Sole, o vogliamo dire il moto d'vn'hora: Et il numero delle cose, che sono dalla banda della Luna è nato a partire g. 14. 58. moto diurno della Luna dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. medesmamente numero delle hore del gioro, che perciò

D. Homobonus de Bonis Pœnitent. pro Illustriss. Cardin. Archiepiscop.

Imprimatur

F. Hieronym. Onuphr. Consultor S. Officij pro Reuerend. P. Inquisitor Bonon.

A
G
d
3
4
L
19
m
25
c
B
g
p
q
t
n
1400
C
u
l
x
QVE

importa quanto 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. Hora che sappiamo il valore della quantità rispetto all'a cosa, poneremo di nouo che il primo habbi pure 1. cosa, & il secondo (che si pose 1. quantita) hauera 1 $\frac{1}{2}$. cosa m. 5. la mità di questo secódo è $\frac{3}{4}$. cose m. 2 $\frac{1}{2}$. & 6. di manco sara $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. che dara il secondo al primo; però li restara $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. Et il primo hauera 1 $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. il che deue essere doppio a $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. che è restato al primo; però sara eguale a 1 $\frac{1}{2}$. cosa piu 7. onde accomodata la equatione si hauera $\frac{1}{4}$. cosa eguale a 15 $\frac{1}{2}$. & la cosa valera 62. onde il primo che si pose hauere 1. cosa hauera 62, Cecchini, Et il secondo che haueua 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. hauera 93. meno 5. cioe 88. Cecchini.

LAVS DEO.

Quello, che segue va posto a facciate 36. doppo la riga 49. cioè seguendo alla terza riga del Capouerso, che comincia, Se mò di qui vorremo cauarne, &c.

(p. m. 37. 25.) cose; habbiamo cauato g. 19. m. 3. che è il luogo della Luna alli 20. a mezo dì da g. 28 23. 51. che e il luogo del Sole all'istesso tempo delli 20. a mezo dì; & il restante g. 9. 20. 51. che è la distanza nella quale il Sole è più inanzi della Luna è stata eguale a quello che resta a cauar (m. 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$. ✝. che sono dalla banda del Sole da (m. 37. 25.) ✝. che sono dalla banda della Luna, qual numero delle ✝. che è dalla banda del Sole è nato a partire m. 57. 19. moto diurno del Sole dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. numero delle hore del giorno, & però esso numero delle ✝; cioe minuti 2. 23 $\frac{7}{2}\frac{}{4}$. viene ad essere il moto horario del Sole, o vogliamo dire il moto d'vn'hora: Et il numero delle cose, che sono dalla banda della Luna è nato a partire g. 14. 58. moto diurno della Luna dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. medesmamente numero delle hore del gioro, che perciò

D. Homobonus de Bonis Pœnitent. pro Illustriss. Cardin. Archiepiscop.

Imprimatur

F. Hieronym. Onuphr. Consultor S. Officij pro Reuerend. P. Inquisitor Bonon.

A
G
d
3
4
L
19
25
B
g
p
q
t
n
c
1400
C
u
x
S
QVE-

certo si scorge la tanta cognitione, & accume d'intelletto essere particolare dono Diuino da impiegarsi sempre a gloria di DIO eterno Omnipotente, Et a beneficio, e salutare, & ornamento del Mondo.

Fig. 6

Posto e L, essere 1. cosa, Onde o e L, sarà 25 $\frac{2}{3}$. piu 1. cosa; perilche essendo e s, 4. sarà a questa similitudine L A, 4 piu 4. esimo di 25 $\frac{2}{3}$. cose, Ancora perche d c, è 26 $\frac{1}{4}$. quando c t, è 4. essendo hora d c e L. 26 $\frac{1}{4}$. piu 25 $\frac{2}{3}$. piu 1. cosa sarà L A, à questa similitudine 4. piu 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{6}{5}$. cose; Perilche haueremo 4. esimo di 25 $\frac{2}{3}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{6}{5}$. cose, Cioe $\frac{}{1\,1\,5}\frac{4}{5}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. onde la cosa valerà, o sarà 1129 $\frac{1}{3}$. Et questo 1129 $\frac{1}{3}$. è il numero delle misure della distanza e L, posta 1. cosa.

Hora se 25 $\frac{2}{3}$. distanza e e, da 4. altezza e s, la distanza e e L, 25 $\frac{2}{3}$. piu 1129 $\frac{1}{3}$. a questa similitudine darà 4. piu 176 & questo 180. è il numero delle misurette dell'altezza A L, alla quale giunta la L B, o vogliamo dire la e q, che è ad essa L B, eguale, & sia trouata poniamo misurette 8. la somma 188. sarà il numero delle misure della totale altezza A B.

Quanto all'altezza A C, quale alla A L, 180. hà la istessa conuenienza ò similitudine che hà l'altezza t s, $\frac{3}{5}$. alla s e, 4. diremo Se e s, 4. ha s t, $\frac{3}{5}$. che hauerà L A, 180. Onde moltiplicando 180. L A, per $\frac{3}{5}$. s t, & partendo il prodotto 108. per 4. e s, l'auenimento 27. sarà il numero delle misurette dell'altezza A C.

c e, 25 $\frac{2}{3}$. (da e s, 4. (c e L, 25 $\frac{2}{3}$. p̄, 1129 $\frac{1}{3}$

d c, 26 $\frac{1}{4}$. (dà c t, 4. (d c e L, 26 $\frac{1}{4}$. p̄, 25 $\frac{2}{3}$. p̄, 1. cosa

105 — 102 $\frac{2}{3}$. p̄, 4. cose — 7 — 308

410 $\frac{1}{3}$. p̄, 16. cose — 1 — 44

77 — 3388

95 $\frac{2}{3}$. darà 4. p̄, 176 per L A, però L A, sarà 180 che cõ L B, 8. fa 188. p AB.

$\frac{2\,8\,7}{3\,1\,5}$. g q, misure 51 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. e passi 21 $\frac{2}{3}$. che sarà q B, misure 1129 $\frac{1}{3}$.

darà 4. piu 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. p̄, $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{6}{5}$. cosa per L A. 623 — 107 — 13552

quale L A, sappiamo essere (mediante le c e. e s.) 4. p̄. 4. esimo di 25 $\frac{2}{3}$. x. 3115 | 1450064

però haueremo $\frac{1}{7}\frac{2}{7}$. cose eguale a 3 $\frac{4}{4}\frac{1}{5}$. piu $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{6}{5}$. cose

1260 — 1332 — 465

28 — 20406

Cioe $\frac{}{1\,7}\frac{}{3}\frac{4}{5}$. cose eguale a $\frac{1\,7}{4}\frac{6}{5}$.

1 — ✕ — 44 — 17164

77 — 3 | 3388 — 3

1129 $\frac{1}{3}$. vale la cosa per e L.

q B, sarà passi 465 $\frac{1}{5}\frac{5}{3}\frac{8}{1}\frac{9}{3}$. 623. 1246.

s q, misure 12. (è passi 5 $\frac{7}{5}$. (A B, misure 188.

q g, è passi 21 $\frac{2}{3}$. 389 $\frac{2}{8}$. 1946 $\frac{7}{8}$.

15 $\frac{2}{3}$.

g P, è passi 3 $\frac{5}{8}$. 1589

P B, è passi 490 $\frac{2}{4}\frac{6}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. 4781 $\frac{7}{3}$.

75 $\frac{1}{2}\frac{4}{4}$.

13 $\frac{1}{8}$. 1666 $\frac{7}{8}$.

3 $\frac{1}{4}$. e s 4. (hà s t, $\frac{3}{5}$. (L A, 180 — 13335

45 — $\frac{2}{4}\frac{6}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$.

A B, è passi 92 $\frac{1}{2}\frac{}{4}$. 9. hauerà 27. per A C, Ouero e s, 4. (s t, $\frac{3}{5}$ (L A, 4. p̄, 176

A C, è passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. misure 10. (sono passi 8 $\frac{5}{6}$. (misure 27. 1 132 44

C B, è passi 115 $\frac{1\,0\,7}{1\,2\,0}$. 135 $\frac{3}{5}$. p̄, 26 $\frac{2}{5}$. Cioe 27. sarà A C,

22 $\frac{1}{2}$. ma 10. di queste misure

216 sono passi 8 $\frac{5}{6}$.

10 | 238 $\frac{1}{2}$.

passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. sarà A C.

Può anco auertire lo Studente, che facilmente senz'altro calcolo potrà venire in cognitione della alteza A B, del Monte, della A C, della Torre, Et della distanza d L, ouero di d A, ò d C, ò altra da queste dependenti, così.

Quando fatto lo schizzo della forma dell'operatione, & diligentemente misurate le rette necessarie d c, c e, piane, & le c t. Ouero e s, Et s t, perpendicolari al piano con vna istessa sorte di misura, (o ridottele ad vna istessa sorte di misura. Se fussero misurate con diuerse misure) sarà poi in luogo comodo, Egli formatasi vna scaletta di misurine ciascuna delle quali misurine rapresenti vna, ò più determinatamente delle misure grandi di passi, o piedi, o altro adoprate nelle reali linee dette) in vn Matonato, o Salegata, come dire si vogli ampla a bastanza, o in vna facciata di muro, postosi da vn lato d'essa facciata potrà diligentemente (con la scaletta fattasi) disegnare le rette

rette piane dette d e. e e. con le lunghezze precise a loro conuenienti, & ad esse erigere le perpendicolari e t, & e s t, con le lunghezze loro trouate esattamente, Et poi tirate le transuersali d t, & e s, allungarle verso t. & s, fiche concorrano insieme (seruendosi se gli piacerà di dui fili, o simili,) & nel punto del concorso segnato A, da esso alla d e. piana, allungata verso e, quanto bisogna, tirare la perpendicolare A L, Et questa alzata verso A, finche concorra con la trasuersale e t, allungata verso t, nel punto del concorso segnare C, il che esequito, vedrà hauer formato vn disegno piccolo simile a punto al grande vero; Onde in esso piccolo con la sua scaletta misurando la e L, piana. Et le L A. & A C. perpendicolari, Et anco le d C, e C, & e A, o altre hauerà noto i numeri delle misurine d'esse tutte nel disegno murale, Et consequentemente i numeri delle misure delle à loro corispondenti, & proportionali linee nel vero disegno grande a questo simile.

Io in vn'Opera riposta fra molt'altre compositioni nella cassetta che di Casa mia fu tolta di nascosto l'anno 1594. nel tempo delle Rogationi di Maggio, mostrauo Geometricamente in vna vniuersalissima Propositione con facilità, come senza Instromenti particolari, essendo sopra ad vn Monte, ò Colle, ò altro luogo, & vedendo altri Monti, Piani, Valli, &c. si possano sapere le distãze da noi ad essi, & fra loro, le loro altezze, grossezze verso noi, & tutte l'altre linee, ò distãze da esse dependenti, visibili, & imaginarie; Et anco come questo si potesse applicare all'Astronomia nel trouare l'altezze, distanze, &c. nelli cropi celesti.

IN Vn'essercito sono 34000. Soldati fra Picchieri Moschettieri, & Caualli leggieri nel quale Essercito si spende il mese 182400. Scudi dando il mese per Soldo Scudi $4\frac{1}{2}$. ad ogni Picchiere, & Sc. $5\frac{1}{2}$. ad ogni Moschettiere, & Scudi $9\frac{1}{2}$. ad ogni Cauallo leggiero, Et essendoui per ogni Moschettiere, 3. Picchieri, si domanda quanti Soldati vi sono d'ogni sorte.

Questo quesito riducendolo alla Astrattione Mathematica significa diuidere 34000. in 3. parti tali che la prima sia tripla alla seconda (perche si dice li Picchieri che si intende per prima essere 3. tanti delli Moschettieri che si intende secondà,) & che la prima moltiplicata per $4\frac{1}{2}$. & la secõda per $5\frac{1}{2}$. Et la terza per $9\frac{1}{2}$. la somma delli tre prodotti sia 1824000. Onde posto la seconda 1. cosa che la prima sarà 3. cose, Et la terza sarà il restante fino a 34000. cioe 34000. meno 4. cose, Et moltiplicate la prima 3. cose per $4\frac{1}{2}$. che fa $13\frac{1}{2}$. cose, & la seconda 1. cosa per $5\frac{1}{2}$. che fa $5\frac{1}{2}$. cose, & la terza 3400. meno 4. cose per $9\frac{1}{2}$. che fa 323000. meno 38. cose, & questo sommato con le $43\frac{1}{2}$. cose, & $5\frac{1}{2}$. cose; cioe con 19. cose fa 323000. meno 19. cose il che è eguale a 182400. che accomodato il meno, & leuato 182400. da ciascuna banda si hauerà 19. cose eguale a 140600 però la cosa vale 7400. onde la seconda parte posta 1. cosa sarà 7400. & la prima posta 3. cose sarà 22200. la terza poi sarà il restante di queste due fino a 34000. cioe sarà 4400. però riducendo la risposta alla qualità, ò denominationi del quesito si dirà che nell'Essercito sono 22200. Picchieri 7400, Moschettieri, Et 4400. Caualli leggieri

Sono 4. Soldati che vorriano comprare vn Cauallo. il primo ha tanti denari quanto importa la mità delli Scudi del prezzo del Cauallo, & ancora ha Scudi 4. di piu; Il secondo ha Scudi 12. manco di quello che importa il Cauallo. Il terzo ha Scudi 5. manco delli $\frac{3}{4}$. del prezzo del Cauallo, Et il quarto ha Scudi 2. manco delli $\frac{2}{3}$. del prezzo del Cauallo, & fra tutti quattro hanno Scudi 230. si domanda quanto è il prezzo del Cauallo, & quanto ha ciascuno; Ponasi che il prezzo del Cauallo sia Scudi 1. cosa, che perciò il primo che ha la mità del prezzo, & 4. di più hauerà $\frac{1}{2}$. cosa piu 4 Il secondo che ha Scudi 12. di mãco del prezzo del Cauallo hauerà 1. cosa meno 12. Il terzo $\frac{3}{4}$. cose meno 5 Et il quarto $\frac{2}{3}$. cose meno 2. Queste quattro quantità gionte insieme fanno $2\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cose meno 15. & e quello che hanno fra tutti quattro, ma si dice che hanno 230 però $2\frac{1}{4}\frac{1}{3}$. cose meno 15, è eguale a 230. cioe $2\frac{1}{4}\frac{1}{3}$. cose eguale a 245. cioe 35. cose eguale a 2940. onde la cosa vale 84. però il prezzo del Cauallo che fu posto Scudi 1. cosa, sara Scudi 84. Et cosi il primo hauera Scudi 42. piu 4. Il secondo Scudi 84. meno 12. Il terzo Scudi 63. meno 5. Et il quarto Scudi 56. meno 2. cioe il primo Scudi 46. Il secondo Scudi 72. Il terzo Scudi 58. Et il quarto Scudi 54. però fra tutti quattro haueranno Scudi 230. come si propone.

Sono dui Soldati ciascuno de quali si trouano hauere vna quantita di Cecchini, talmente che se il primo da al secondo la mita, & 1. di piu delli suoi, Il secondo hauera poi quattro tanti di quello che sara restato al primo; Ma se il secondo da al primo la mita manco 6. di quello che ha all'hora il primo hauera dui tanti di quello che resta al secõdo, si domanda quãti Cecchini ha ciascuno.

Si Pone che il numero de Cecchini che ha il primo sia 1. cosa, & dell secondo sia 1. quantità, la mità del primo è $\frac{1}{2}$. cosa, & 1. di più fa $\frac{1}{2}$. cosa piu 1. che dato al secondo li resta $\frac{1}{2}$. meno 1. Et il secondo hauerà 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. & questo deue essere quattro tanti di $\frac{1}{2}$. cosa meno 1. che è restato al primo; però al quadruplo di questo; cioe a 2. cose meno 4 sarà eguale la 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. che accomodata la equatione, & lassata la 1. quantità da se si hauerà $1\frac{1}{2}$. cosa meno 5. eguale a 1. quantità perilche la quantità vale, ò 1. quantità importa

A
G
d
3
4
L
19
m n
25
c
B
g
p
q
A
G
t
4
4
L
d
p
n
25
c
B
1400
g
p
q
C
d
L
B
g
p
q
C
A
t
L
d
4
c
n
B
g
p
q
C
A
t
s
d
4
c
L
B
g
x
q

QVESITO

D'Vn Triangolo la grandezza è 100. la base 20. & la somma de' lati è 80. si domandano essi lati.

Pono il lato maggiore essere 40.(mità d'80.)più 1.cosa,& il minore 40.meno 1. cosa, che cauati da 50.semigiro,restano 10.meno 1.co. Et 10.più una co. quali due differenze moltiplicate insieme fanno 100. meno 1. censo. Ancora cauato 20. base dal 50. semigiro resta 30. che moltiplicato via il 50. semigiro fà 1500. quale moltiplicato con l'altro prodotto 100. meno 1. censo fà 150000. meno 1500.censi. Et questo è il quadrato della grandezza del Triangolo però è eguale à 10000. quadrato di 100. grandezza data, onde accomodato il meno & cauato 10000.da ciascuna banda si hauerà 1500.cen. eguale à 140000.però il censo vale $93\frac{1}{3}$.& la cosa radice d'1.censo valerà radice $93\frac{1}{3}$.Et li dui lati posti 40.più 1.cosa. Et 40. meno 1.cosa saranno 40.più radice $93\frac{1}{3}$.Et 40.meno radice $93\frac{1}{3}$.Essendo la base 20.Che dal semigiro 50. cauato ciascuno de dui lati resta 10.meno radice $93\frac{1}{3}$.Et 10.più $93\frac{1}{3}$.quali due differenze moltiplicate insieme fanno 100.meno radice $93\frac{1}{3}$.cioè $6\frac{2}{3}$.questo moltiplicato via 1500.prodotto da 50.semigiro in 30.differenza della base 20 ad esso semigiro fà 10000. la radice del che cioè 100. è la grandezza del Triangolo come si propone.

Da questa Operatione Algebrica per deriuarne la Regola numerale si considera che il 1500. numero de' censi nasce da moltiplicare 50. semigiro con 30. differenza della base ad esso semigiro; Il 140000.numero eguale ad essi censi è quello che resta à cauare 10000. numero del quadrato della grandezza data da 150000.dutto di 100.quadrato de' 10.che resta à cauare 40.mità di 80.somma de' lati da 50.semigiro; moltiplicato via 1500. dutto detto di 50. semigiro via 30. differenza d'essi alla base(che è come s'è veduto il numero de' censi)Onde per dare la Regola numerale si potrà dire.

Cauisi la mità della somma de' lati dal semigiro, & sia A il restante quale A si moltiplichi in se stesso; Ma perche la mità della somma de' lati con la mità della base compongono il semigiro,si conosce che à cauare la mità della somma de' lati del semigiro il restante A, è la mità della base,perilche principiando di nuouo,la Regola si potrà dire. Il quadrato della mità della base si moltiplichi per il prodotto P che nasce à moltiplicare il semigiro via quello in che egli supera la base,& dal prodotto A(150000.)si caui il quadrato del numero della grandezza data, & il restante R(140000.)si parta per il prodotto P.(1500.)& dell'auenimento S.($93\frac{1}{3}$.) si pigli la radice quadra,& sia Q.quale si giunga & caui alla mità della somma de'lati,che i dui resultanti saranno i dui lati cercati. Et perche à moltiplicare il prodotto P.con il quadrato della mità della base, se il resultante T si partisse per l'istesso P.l'auenimente saria il medesmo quadrato della mità della base,ma non esso resultante T,ma tanto di manco quanto è il quadrato della grandezza data si deue partire per il P; ne segue che se noi partiremo il quadrato della grandezza data per il P,& l'auenimento cauaremo dal quadrato della mità della base il restante sarà il medesimo S, che si troua come di sopra, Però breuemente si può dire. Con il prodotto (1500.) che nasce à moltiplicare la mità(50.)del giro del Triangolo via quello(30.)in che egli supera la base,si parta il,quadrato (10000.) della grandezza(100)del Triangolo,& l'auenimento($6\frac{2}{3}$.)si caui dal quadrato 100 della mità (10.) della base (20.) & del restante($93\frac{1}{3}$.) se pigli la radice & essa (radice $93\frac{1}{3}$.)si giunga,& caui alla mità(40.)della somma(80.)de' lati che i dui resultanti (40. più rad.$93\frac{1}{3}$.Et 40.meno radice $93\frac{1}{3}$.)saranno i dui lati. Et volendo operare in lienee Douendosi pigliare vna lienea à beneplacito per vnità lineale, noi per commodità potremo pigliare la base data per vnità lineale,che così il quadrato della mità della base cioè il numero equiualente ad esso quadrato della mità della base sarà l'$\frac{1}{4}$.della base (che $\frac{1}{2}$.via $\frac{1}{2}$.fà $\frac{1}{4}$. cioè il quadrato d'$\frac{1}{2}$.è $\frac{1}{4}$ Onde la Regola lineale potrà essere la seguente. (Auuertendo che in linee il Moltiplicare due linee insieme è Alla vnità presa per prima,& alle due date prese come seconda, & terza,trouare la quarta proportionale,che essa quarta proportionale è il prodotto delle due linee date; Et in linee il Partire poniamo la B per la A. è alla A partitore come prima linea,& B,da partire come seconda, & vnità come terza trouare la quarta proportionale che essa quarta sarà l'auenimento cercato. Et il Quadrare vna linea data che è il moltiplicarla in se stessa è Alla vnità prima, & linea data seconda trouare la terza continua proportionale quale terza è la linea Equiualente al quadr. del numero significato dalla linea data; Che conuersamente il Trouare la radice quadra d'vna quantità in linea è il Trouare la Media proportionale fra la vnità,& la quantità data, che essa media è la linea Equiualente al numero significante la radice quadra del nu.significato dalla quantità data.)Quando la grandezza è 1000.ridotta la à quadrato il

drato il suo lato è 10. & perche la base è 20. ridotta la ad 1. esso lato sarà $\frac{1}{2}$. onde il quadrato che era 100. douenta $\frac{1}{4}$. (che bene 100. è l'$\frac{1}{4}$. di 400. quadrato di 20. base) & il quadrato della grandezza $\frac{1}{4}$. sarà $\frac{1}{16}$.

2. più 1. cosa

2. meno 1. cosa

grandezza $\frac{1}{4}$.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.
base 1.

differenza 1 $\frac{1}{2}$.
via il semigir. 2 $\frac{1}{2}$.

fà 3 $\frac{3}{4}$.

lati 2. più radice $\frac{7}{30}$.
2. meno radice $\frac{7}{30}$.
base 1.

giro 5.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$. più 1. cosa
via $\frac{1}{2}$. meno 1. cosa

fà $\frac{1}{4}$. meno 1. censo
via 3 $\frac{3}{4}$.

fà $\frac{15}{16}$. meno 3 $\frac{3}{4}$. censi, che è il quadrato della grandezza però è eguale a $\frac{1}{16}$. quadrato d'$\frac{1}{4}$. grandezza data. Onde 3 $\frac{3}{4}$. censi è eguale a $\frac{14}{16}$. $\frac{15}{4}$. in $\frac{7}{8}$. entra p. $\frac{7}{30}$. però $\frac{7}{30}$. vale il censo, ò de la cosa valerà radice $\frac{7}{30}$. & li lati saranno 2. più radice $\frac{7}{30}$. Et 2. meno radice $\frac{7}{30}$.

$\frac{1}{2}$. più radice $\frac{7}{30}$.
via $\frac{1}{2}$. meno radice $\frac{7}{30}$.

fà $\frac{1}{4}$. meno $\frac{7}{30}$.
cioè $\frac{1}{60}$.
$\frac{15}{4}$. via $\frac{1}{60}$.
fà $\frac{1}{16}$. la radice è $\frac{1}{4}$. però $\frac{1}{4}$. è la grandezza come si propone.

2 $\frac{1}{2}$.
via 1 $\frac{1}{2}$.

fà 4 $\frac{3}{4}$.

Regola Cauisi la base dal semigiro & il restante si moltiplichi via il semigiro, Ouero (che resulta l'istesso) Cauisi la mità della base dalla mità della somma de' dui lati, & il restante si moltiplichi via la somma della mità della base con la mità della sôma de dui lati; Ouero cominciando da principio potremo dire. La mità della base si giunga, & caui alla mità della somma de dui lati. & i dui resultanti si moltiplichino insieme, cioè ad essi dui resultâti presi per seconda, & terza, essendo presa la base come prima di tre quantità si troui la quarta proportionale, & sia Q. Ancora il quadrato della grandezza data si moltiplichi in se medesimo cioè il lato L, del quadrato, nel quale si riduca la grandezza data del Triangolo si riduca à quadro quadrato che è à detto lato L, presa come seconda, pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia G, & di nuouo à questa G, presa come seconda pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia R quale R, significarà il numero equiualente al quadrato della grandezza data. Questa R si parta per la Q. cioè alla Q. prima R, seconda, & base terza si troui la quarta proportionale & sia S, quale si caui dall'$\frac{1}{4}$. della base, & resti T, poi si troui la potente in essa T, che è la radice quadra d'essa T, cioè frà questa T, & la base si troui la media proportionale & sia la V, quale V, si giunga & caui alla mità della somma de' lati, che i dui resultanti X, & Z, saranno i dui lati cercati.

D'Vn Triangolo di 24. di superficie il primo lato è la mità & 3. più del terzo, Et il secondo à li $\frac{4}{5}$. manco 2. del medesmo terzo, si domandano essi lati.

Si pone il terzo lato essere 1. cosa, che il primo sarà $\frac{1}{2}$. cosa più 3. Et il secondo $\frac{4}{5}$. cose meno 2. la somma d'essi lati, ò giro del Triangolo sarà 2 $\frac{3}{10}$. cose più 1. Et il semigiro è 1 $\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$. le tre differenze delli tre lati al semigiro sono $\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$. & $\frac{13}{20}$. cose meno 2 $\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{20}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$: che moltiplicate fra loro, & con il semigiro producono il quadrato della grandezza del Triangolo. però è eguale à 576. quadrato di 24. grandezza data.

$\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.
via $\frac{23}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.

fà $\frac{69}{400}$. censi più $\frac{13}{20}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{7}{20}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$.
via $\frac{13}{20}$. cose meno 2 $\frac{1}{2}$.

fà $\frac{91}{400}$. censi più $\frac{3}{4}$. cose meno 6 $\frac{1}{4}$.
via $\frac{69}{400}$. censi più $\frac{13}{20}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{6279}{160000}$. 4. più $\frac{207}{1600}$. 3. meno $\frac{1725}{1600}$. 2.
più $\frac{1183}{8000}$. 3. più $\frac{39}{80}$. 2. meno $\frac{325}{80}$. 1.
più $\frac{91}{1600}$. 2. più $\frac{3}{16}$. 1. m̃ 1 $\frac{9}{16}$.

$\frac{6279}{160000}$. 4. più $\frac{2218}{8000}$. 3. meno $\frac{427}{800}$. 2. m̃ 3 $\frac{7}{8}$. 1. m̃ 1 $\frac{9}{16}$. però eguale à 576.

Cioè $\frac{6279}{160000}$. 4. più $\frac{1109}{4000}$. 3. eguale à $\frac{427}{800}$. 2. più 3 $\frac{7}{8}$. 1. p̃ 577 $\frac{9}{16}$.

Cioè 6279 censi censi p̃ 44360. 3. eguale à 85400. 2. p̃ 620000. 1. p̃ 91410000.

Nella quale Equatione, che è di 4. & 3. eguale à 2. 1. & numero il valore della cosa è 10. però il terzo lato posto 1. cosa sarà 10. il primo sarà 8. & il secondo 6.

Di qui

Di qui possono conoscere i Studenti il molto vigore, della Dottrina Algebrica, & anco il bisogno che si hà d'essa perche senza la sua cognitione questo Quesito (come ancora molt'altri) non si potria risoluere.

6279.4 à 10000.per 2.importano		62790000.
44360.3.à 1000 per 3.importano		44360000.
in tutto		107150000.

le 85400.2.à 100. p 2.importano	8540000.
le 620000.1.à 10. p 1.importano	6200 000.
il numero.	92410000.
in tutto	107150000.

D'vn Triangolo rettangolo vn lato è li $\frac{4}{5}$.mãco 2.della subtensa,& l'altro è la mità & 3 di più d'essa subtensa si domandano li lati.

Pono la subtensa essere 1.cosa però vn lato sarà $\frac{4}{5}$.cose meno 2.Et l'altro $\frac{1}{2}$.cose più 3.i quadrati loro sono $\frac{16}{25}$.censi meno 3 $\frac{1}{5}$.cose più 4,Et $\frac{1}{4}$.censi più 3.cose più 9. la somma de quali è $\frac{89}{100}$.censi meno $\frac{1}{5}$ cose più 13.però ella è eguale ad 1.censo quadrato della subtensa 1. cos a. Et accomodata la Equatione sarà $\frac{11}{100}$.censi più $\frac{1}{5}$.cose eguale à 13.& ridotto ad 1.censo sarà 1.censo più 1$\frac{9}{11}$.cose eguale à 118$\frac{2}{11}$.che la cosa valerà 10.però la subtensa posta 1.cosa sarà 10.& li lati perciò saranno 6.& 8.

IL FINE.

D.Homob.P.pro Illustriss.Card.Archiep.

Imprimatur.

Fr.Hier.Onuphr.pro Reuerendiss.P.Inq.Bonon.

Figura

26
29
28
30
31
prima
□ di n r
□ di c s

32
33
34
35
36
37
38
uneca
douenta
restante B
terza

40
41
Digitized by Google